

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS FÍSICAS

**DINÁMICA DE PROCESOS DE EVACUACIÓN  
PEATONAL EN POBLACIONES MIXTAS CON  
IMITACIÓN DE ACTITUDES COOPERATIVAS**

**Lic. Amir Nicolás Zablotzky**  
**Maestrando**

**Dr. Sebastián Bouzat**  
**Director**

**Miembros del Jurado**

Dr. Damián H. Zanette (Instituto Balseiro)  
Dr. Alejandro B. Kolton (Instituto Balseiro)  
Dr. Marcos A. Madrid (UTN La Plata, CONICET)

Diciembre de 2022

Física Estadística e Interdisciplinaria - Centro Atómico Bariloche

Instituto Balseiro  
Universidad Nacional de Cuyo  
Comisión Nacional de Energía Atómica  
Argentina

(Biblioteca Leo Falicov CAB-IB)



A mi familia  
A mis amigos  
A Peteco



# Índice de símbolos

## Estudio de evacuaciones peatonales

SFM – Modelo de Fuerza Social

$\vec{F}^s$  – Fuerza social

$\vec{F}^d$  – Fuerza de deseo

$\vec{F}^r$  – Fuerza de rozamiento

$N_e$  – Cantidad de peatones egoístas

$N_c$  – Cantidad de peatones cooperativos

$N_a$  – Cantidad de peatones agregados

$A$  – Magnitud de la fuerza social “hombro con hombro”

$B$  – Distancia característica de la fuerza social

$v^d$  – Velocidad deseada

$\hat{e}$  – Dirección deseada

$\tau_r$  – Tiempo de reacción

$\kappa$  – Coeficiente de rozamiento

$R$  – Radio del peatón

$m$  – Masa del peatón

$\vec{r}$  – Posición del peatón

$\vec{v}$  – Velocidad del peatón

$L$  – Ancho de la habitación

$H$  – Altura de la habitación

$D$  – Ancho de la puerta

$r_c$  – Radio de imitación

$T$  – Mediana del tiempo de evacuación

$\rho$  – Densidad de peatones

$\phi$  – Densidad de empaquetamiento

$dt$  – Paso temporal de las simulaciones

$\Delta t$  – Intervalo de tiempo entre la evacuación de peatones consecutivos

## Estudio de medios granulares

DEM – Método de Elementos Discretos

$N_o$  – Cantidad de granos originales

$N_a$  – Cantidad de granos agregados

$N$  – Cantidad total de granos ( $N_o + N_a$ )

$\chi$  – Proporción de mezcla  $\left(\frac{N_a}{N_a + N_o}\right)$

$a$  – Altura de la columna de granos

$r_o$  – Radio de los granos originales

$r_a$  – Radio de los granos agregados

$r$  – Cociente de radios  $\left(\frac{r_a}{r_o}\right)$

$\eta_o$  – Coeficiente de rozamiento de granos originales

$\eta_a$  – Coeficiente de rozamiento de granos agregados

$\rho_o$  – Densidad de los granos originales

$\rho_a$  – Densidad de los granos agregados

$Q$  – Flujo total de granos

$\tilde{Q}$  – Flujo de granos originales

$Q_P$  – Mediana del flujo del sistema puro de partículas originales ( $\chi = 0$ )

$H_s$  – Altura del silo

$H_h$  – Altura de la tolva

$R$  – Radio del silo

$R_s$  – Radio de la apertura inferior del silo

$t_i$  – Tiempo de expulsión del grano  $i$ -ésimo

$\Delta t$  – Intervalo de tiempo entre expulsión de granos originales consecutivos

$t_{\text{sim}}$  – Duración de las simulaciones

$dt$  – Paso temporal de las simulaciones

$\text{Med}(x)$  – Mediana de  $x$

RIQ – Rango intercuartil

# Índice de contenidos

Índice de símbolos	v
Índice de contenidos	vii
Índice de figuras	ix
Resumen	xi
Abstract	xiii
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Evacuaciones peatonales . . . . .	2
1.2. Motivación . . . . .	4
1.3. Optimización de flujo mediante mezclas . . . . .	5
<b>2. Modelo y simulaciones</b>	<b>7</b>
2.1. Modelo de Fuerza Social . . . . .	7
2.2. SFM con imitación de actitudes cooperativas . . . . .	10
2.3. Peatones egoístas y peatones cooperativos . . . . .	12
2.4. Simulaciones numéricas . . . . .	14
<b>3. Evacuación de poblaciones homogéneas</b>	<b>15</b>
3.1. Dependencia con los parámetros de cooperatividad . . . . .	15
3.2. Dependencia con las dimensiones del recinto . . . . .	17
<b>4. Evacuación de poblaciones mixtas sin imitación</b>	<b>21</b>
4.1. Evacuación de un recinto cuadrado . . . . .	21
4.2. Evacuación de un pasillo . . . . .	24
<b>5. Evacuación de poblaciones mixtas con imitación de actitudes cooperativas</b>	<b>27</b>
5.1. Evacuación de un recinto cuadrado . . . . .	27
5.1.1. Peatones cooperativos menos ansiosos . . . . .	28

---

5.1.2. Peatones cooperativos más prudentes . . . . .	31
5.1.3. Análisis de la dinámica cerca de la puerta . . . . .	33
5.2. Evacuación de un pasillo . . . . .	37
5.2.1. Peatones cooperativos menos ansiosos . . . . .	38
5.2.2. Peatones cooperativos más prudentes . . . . .	41
<b>6. Problemas análogos en medios granulares</b>	<b>43</b>
6.1. Modelo y simulaciones . . . . .	44
6.1.1. Sistema de estudio . . . . .	44
6.1.2. Simulaciones computacionales . . . . .	46
6.2. Estudio del flujo con $N$ constante . . . . .	47
6.3. Estudio del flujo con $N_o$ constante . . . . .	51
6.4. Estudio del tiempo de vaciado del silo . . . . .	52
<b>7. Conclusiones</b>	<b>55</b>
7.1. Reflexión final . . . . .	57
<b>A. Cálculo de las funciones de supervivencia <math>P(\tau)</math></b>	<b>59</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>61</b>
<b>Publicaciones asociadas</b>	<b>69</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>71</b>



# Índice de figuras

2.1. Esquema del sistema de estudio. . . . .	11
3.1. Tiempo de evacuación de poblaciones homogéneas, en función de los parámetros de cooperatividad. . . . .	17
3.2. Tiempo de evacuación de poblaciones homogéneas, en función de las dimensiones de la habitación y la puerta. . . . .	19
4.1. Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), sin imitación. . . . .	22
4.2. Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $A_c > A_e$ ), sin imitación. . . . .	23
4.3. Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), sin imitación. (pasillo) . . . . .	25
5.1. Tiempo de evacuación para poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), con imitación. . . . .	28
5.2. Cantidad de imitadores en la formación de alta densidad. . . . .	29
5.3. Régimen transitorio para peatones lentos. . . . .	30
5.4. Densidad media en función del tiempo, para poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), con imitación. . . . .	31
5.5. Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $A_c > A_e$ ), con imitación. . . . .	32
5.6. Tiempo de evacuación de poblaciones mixtas, en función de $N_c$ y los distintos parámetros de cooperatividad, con imitación. . . . .	33
5.7. Peatones evacuados en función del tiempo y funciones de supervivencia, para poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), con imitación. . . . .	34
5.8. Diagramas fundamentales para poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), con imitación. . . . .	36
5.9. Peatones evacuados en función del tiempo y funciones de supervivencia, para poblaciones mixtas ( $A_c > A_e$ ), con imitación. . . . .	37
5.10. Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), con imitación. (pasillo) . . . . .	39

5.11. Peatones evacuados en función del tiempo y funciones de supervivencia, para poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), con imitación. (pasillo) . . . . .	40
5.12. Formación de cluster lento. . . . .	40
5.13. Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $A_c > A_e$ ), con imitación. (pasillo) . . . . .	41
5.14. Peatones evacuados en función del tiempo y funciones de supervivencia, para poblaciones mixtas ( $A_c > A_e$ ), con imitación. (pasillo) . . . . .	42
6.1. Esquema del sistema de estudio (medios granulares). . . . .	45
6.2. Flujo total y de granos originales en función de $r$ , para distintos $\eta_a$ ( $N$ constante). . . . .	47
6.3. Flujo de granos originales para la mezcla con $r = 0.8$ , en función de $\eta_a$ (proporción de mezcla constante). . . . .	49
6.4. Funciones de supervivencia para mezclas con $r = 0.8$ y distintos $\eta_a$ . (proporción de mezcla constante). . . . .	50
6.5. Flujo total y de granos originales en función de $N_a$ , para mezclas con $r = 0.8$ y $\eta_a = 0.02$ ( $N_o$ constante). . . . .	52
6.6. Tiempo de vaciado del silo para mezclas con $r = 0.8$ y $\eta_a = 0.02$ ( $N_o$ constante). . . . .	53
A.1. Esquema de una función de supervivencia. . . . .	60

# Resumen

En este trabajo se analiza la dinámica de evacuación de poblaciones heterogéneas con comportamientos mixtos, que pueden ser cooperativos o egoístas, mediante simulaciones numéricas utilizando una variante original del Modelo de Fuerza Social. Los peatones cooperativos pueden representar agentes de seguridad, o bien individuos entrenados acerca de cómo actuar para reducir el riesgo ante una potencial estampida peatonal. Se considera una dinámica de imitación en la que los peatones egoístas pueden imitar a los cooperativos si se encuentran lo suficientemente cerca de uno de ellos. Nos enfocamos en los efectos de la dinámica de imitación sobre la duración de las evacuaciones y la seguridad de las mismas, para distintas proporciones de mezcla, geometrías de la habitación y parámetros que caracterizan la cooperatividad de un individuo.

Los resultados principales muestran que, agregando una cierta cantidad de peatones cooperativos a un sistema puro de egoístas, es posible reducir el tiempo de evacuación y también la densidad peatonal. En particular, vimos que para obtener esta mejora al evacuar un pasillo, se requiere una cantidad de peatones agregados mucho menor que en una habitación cuadrada. También estudiamos evacuaciones mixtas sin la dinámica de imitación, y obtuvimos resultados que contrastan con los anteriores, y contrastan asimismo con los resultados obtenidos en trabajos con otros modelos sin imitación.

El trabajo incluye también un estudio complementario de propiedades generales de procesos de evacuación en poblaciones homogéneas. Se analiza la dependencia del conocido efecto Faster-is-Slower con distintos parámetros de cooperatividad y con la geometría del recinto.

Por último se estudiaron procesos análogos de evacuación de medios granulares heterogéneos en silos. Se estudió el flujo y el tiempo de vaciado del silo en función de las proporciones de mezclas con partículas de menor rozamiento que cumplen roles análogos a los peatones cooperativos en el sistema peatonal. Las principales diferencias con los procesos de evacuación peatonal son la ausencia de autopropulsión (o fuerza del deseo de los peatones) por parte de los granos, que de alguna manera es reemplazada por la gravedad, y la ausencia de imitación.

Nuestras conclusiones generales señalan la relevancia de educar a las personas acerca de cómo actuar ante una posible estampida peatonal, y la importancia de que se generen protocolos para reducir los riesgos y la probabilidad de futuras tragedias.

**Palabras clave:** EVACUACIONES PEATONALES, SFM, IMITACIÓN



# Abstract

This thesis analyzes the evacuation dynamics of populations with mixed behaviors, which can be either cooperative or selfish, by means of numerical simulations using an original variation of the Social Force Model. The cooperative pedestrians can represent either safety agents or individuals trained on how to act to reduce the risk of a potential pedestrian stampede. We consider an imitation dynamic in which selfish pedestrians can imitate cooperative pedestrians if they are close enough to one of them. We focus on the effects of imitation dynamics on evacuation duration and evacuation safety for different mixing ratios, room geometries, and parameters characterizing an individual's cooperativeness.

The main results show that, by adding a certain amount of cooperative pedestrians to a pure selfish system, it is possible to reduce the evacuation time and also the pedestrian density. In particular, we saw that in order to obtain this improvement when evacuating a corridor, a much smaller number of added pedestrians is required than in a square room. We also studied mixed evacuations without imitation dynamics, and obtained results that contrast with the previous ones, as well as with the results obtained in works with different models without imitation.

The work also includes a complementary study of general properties of evacuation processes in homogeneous populations. The dependence of the well-known Faster-is-Slower effect on different cooperativity parameters and on the room's geometry is analyzed.

Finally, analogous evacuation processes of heterogeneous granular media in silos were studied. The flow and silo emptying time were studied as a function of the mixture proportions with lower friction particles that play analogous roles to cooperative pedestrians in the pedestrian system. The main differences with pedestrian evacuation processes are the absence of self-propulsion (or the pedestrians' desire force) by the grains, which is somehow replaced by gravity, and the absence of imitation.

Our overall conclusions point to the relevance of educating people about how to act in the event of a possible pedestrian stampede, and the importance of creating protocols to reduce risks and the probability of future tragedies.

**Keywords:** PEDESTRIAN EVACUATIONS, SFM, IMITATION



# Capítulo 1

## Introducción

*“Panic is highly contagious, especially in situations when nothing is known and everything is in flux.”*

— Stephen King

Cada año se llevan a cabo en el mundo miles de convocatorias masivas, ya sean eventos deportivos, festivales de música, o congregaciones religiosas, entre otros. Si bien estos eventos suelen quedar en la memoria de los asistentes como momentos de alegría, o emociones fuertes, en diversas ocasiones han pasado a la historia como catástrofes desafortunadas.

Recientemente, en la noche del 29 de octubre de 2022, aproximadamente cien mil personas asistieron a la celebración de Halloween en el distrito de Itaewon, ubicado en el centro de Seúl. Horas más tarde comenzaron a aparecer las primeras noticias, anunciando el fallecimiento de al menos 156 personas y otros 152 heridos durante la *estampida de Halloween de Seúl* [1, 2]. Luego de que se corriera el rumor de que una celebridad no identificada se encontraba presente en un bar de la zona, cientos de personas se agolparon rápidamente en un pasaje con desnivel, de aproximadamente 45 m de largo y 4 m de ancho (3.2 m en su parte más angosta). Eventualmente la densidad peatonal fue tan grande que algunos peatones tropezaron, y el constante avance de la multitud, sumado a la constante llegada de más personas, produjo caídas en cadena, aplastamientos, y muertes por asfixia.

Sin embargo, no es la primera vez que ocurre un evento de estas características. El 20 de abril de 2021, 45 personas perdieron la vida aplastadas y cerca de 150 resultaron heridas durante la peregrinación anual al Monte Meron, en lo que se recuerda como la *estampida de Lag BaOmer* [3, 4]. Siendo la primera celebración religiosa habilitada en Israel luego de la pandemia de Covid-19, el número de concurrentes fue diez veces mayor al habilitado, mientras que debido a restricciones sanitarias, varias zonas y pasajes fueron bloqueados, creando así cuellos de botella no esperados por los asistentes a la

celebración. El suelo mojado ocasionó caídas en cadena, y junto con la alta densidad de peatones empujando en la dirección de los estrechos pasajes, se provocó una estampida que concluyó en la catástrofe.

El 23 de junio de 1968, los instantes posteriores a un encuentro entre el Club Atlético Boca Juniors y el Club Atlético River Plate en el estadio Monumental, pasarían a la memoria colectiva como la mayor catástrofe en la historia del fútbol argentino, bajo el nombre de la *tragedia de la Puerta 12* [5, 6]. Tras finalizar el encuentro, parte de la hinchada de Boca Juniors se dirigió a la Puerta 12 del estadio Monumental, una de las designadas para que el equipo visitante se retirase del recinto. Si bien al día de hoy las causas no han sido esclarecidas, los testimonios de sobrevivientes y pericias sugieren que la salida a la calle se encontraba obstruida ya sea por una reja, molinetes, o una barricada policial. Esto derivó en el fallecimiento de 71 hinchas del club y otros 113 heridos, principalmente a causa de los aplastamientos y la asfixia ocasionados por la estampida.

El 30 de diciembre de 2004 ocurrió en Argentina una de las mayores catástrofes en la historia de los recitales de rock, la *tragedia de Cromañon* [7, 8]. Como resultado de una suma de irregularidades respecto a la seguridad del establecimiento, culminado por el disparo de una bengala que impactó el material inflamable del techo, se desató un incendio que dejaría un saldo de 194 muertos y al menos 1432 heridos. Si bien la mayoría de las fatalidades ocurrieron a causa de la inhalación de gases tóxicos, un factor muy influyente en la magnitud de la tragedia fue que, de las siete salidas disponibles (incluyendo la de emergencia), solo dos se encontraban desbloqueadas, de aproximadamente 1.26 m de ancho cada una. Esto dificultó notablemente la evacuación de los asistentes, ocasionando que se vean expuestos al humo y los gases durante un tiempo prolongado, hasta que los bomberos lograron abrir las demás salidas.

A lo largo de la historia, ha habido muchas otras tragedias similares ocurridas durante eventos multitudinarios, como el desastre de *Victoria Hall* (Inglaterra, 1883 [9]), el *Love Parade* (Alemania, 2010 [10]) y la *estampida de Mina* (Arabia Saudita, 2015 [11]). Eventos como estos son las que motivan el estudio de la dinámica peatonal, con el objetivo final de prevenir este tipo de incidentes. La idea subyacente al objetivo de este trabajo es que, educando a la gente en el modo en que debe comportarse en medio de multitudes al borde del pánico, se pueden evitar catástrofes o morigerar los resultados.

## 1.1. Evacuaciones peatonales

La dinámica de las evacuaciones peatonales ha sido ampliamente estudiada en los últimos años, tanto por interés académico como para fines aplicados. Desde el punto de vista académico, el desafío consiste en comprender la dinámica de un problema al-



tamente complejo. Para estudiar estos problemas se requieren diversas herramientas, desde desarrollos teóricos cuantitativos, estudios experimentales y técnicas computacionales [12–21], combinados con datos experimentales y elementos de las ciencias sociales respecto a los procesos de toma de decisiones y la relación entre comportamientos individuales y colectivos [22–24]. Desde el punto de vista aplicado, el modelado matemático y los diversos software de simulación cumplen un rol central en el diseño de instalaciones que cumplan las normas vigentes de seguridad, planificación de rutas de evacuación, y también para facilitar la circulación peatonal incluso en situaciones cotidianas. [12, 13, 25].

Uno de los principales objetos de estudio dentro de la dinámica peatonal son las evacuaciones de recintos con una puerta pequeña o a través de un estrechamiento [26–30], factor común entre las catástrofes arriba descritas. Esta característica de los recintos puede representar un peligro importante para los peatones, especialmente en situaciones donde el pánico y la ansiedad por evacuar son la norma. Si bien muchos experimentos controlados fueron realizados con el fin de comprender las características principales de estos procesos de evacuación [31–35], estos fallan en capturar su real naturaleza. El principal motivo de esto es que el pánico y otras características de estos procesos que representan un riesgo real para los participantes, no pueden ser replicados en un entorno controlado.

Por este motivo, el estudio de la dinámica peatonal, principalmente de procesos de evacuación peligrosos, requiere de un énfasis particular en el correcto modelado computacional y descripción matemática de los mismos. Existen diversos modelos de dinámica peatonal que abarcan descripciones macroscópicas análogas a la dinámica de fluidos [36], autómatas celulares con interacciones basadas en la teoría de juegos [37, 38], modelos basados en agentes [39, 40] y descripciones basadas en la dinámica molecular, como lo es el Modelo de Fuerza Social [41].

Si bien el estudio de poblaciones homogéneas es importante para comprender los mecanismos principales de las evacuaciones [28, 42–44], para describir de manera más precisa los fenómenos colectivos de las mismas es fundamental considerar la heterogeneidad en la actitud de los peatones, ya que no todos reaccionan de la misma manera frente a una situación adversa. La manera más simple de introducir este ingrediente a los modelos, es catalogando a la población en dos clases con comportamientos contrastantes, como lo pueden ser paciente e impaciente [39], tranquilo y agresivo [45], o cooperativo y egoísta [46]. A grandes rasgos, estas dos categorías se diferencian en el hecho de que en una de ellas los peatones buscan respetar el espacio personal del prójimo, mantienen una actitud más paciente e intentan dejar paso a los vecinos, mientras que en la otra tienen un comportamiento más individualista, apurado, e imprudente en cuanto al contacto físico.

El pánico es un fenómeno muy estudiado en el contexto de dinámica peatonal

[42, 47–49], ya que cuando éste se apodera de la situación, los peatones tienden a aumentar su nivel de ansiedad y comportarse de manera más egoísta, es decir sin tener en cuenta la presencia de los otros peatones, y a abrirse paso entre la multitud mediante el contacto físico. Esto da lugar a una serie de fenómenos, en particular cuando la salida es estrecha, como lo son las zonas de alta densidad peatonal, caídas, estampidas, y en casos extremos puede dar lugar a múltiples heridos de gravedad y fatalidades. Los casos de Itaewon, Lag BaOmer, la Puerta 12, y en parte Cromañon, son ejemplos de algunos de estos fenómenos. A pesar de que muchos trabajos se enfocaron en modelar la propagación del pánico entre la multitud y sus efectos sobre la dinámica de evacuación [49, 50], no hay muchos estudios realizados acerca de la propagación de actitudes cooperativas.

## 1.2. Motivación

En trabajos anteriores se estudió la dinámica de evacuaciones de poblaciones heterogéneas con distintas actitudes, sin imitación de actitudes cooperativas, mediante modelos basados en agentes [39] y autómatas celulares [37, 46]. En estos trabajos se encontró que, agregando un pequeño número de individuos cooperativos al sistema, es posible disminuir levemente el tiempo de evacuación. Esto motiva a estudiar la dinámica de evacuación de poblaciones heterogéneas a partir de un modelo distinto, pero da lugar a una pregunta cuya respuesta podría enfrentarnos a una motivación aun mayor.

Es bien sabido que la propagación del pánico ocurre como consecuencia del instinto natural de huir del peligro [51, 52], y también se sabe que mantener la calma en situaciones de riesgo puede resultar en un beneficio colectivo [42, 53]. Sin embargo, el contagio de estas actitudes cooperativas no es un fenómeno que ocurra de manera espontánea en evacuaciones peligrosas, sino que más bien requiere de cierta educación con respecto a los beneficios que esto podría conllevar.

Si el sólo hecho de contar con la presencia de algunos peatones cooperativos entre la multitud permite reducir el tiempo de evacuación, ¿qué ocurriría si, desde que somos chicos, nos enseñaran cómo actuar ante una potencial estampida peatonal? Más aún, ¿qué ocurriría si nos enseñaran a no sólo mantener la calma, sino también a intentar calmar a las personas cercanas? Así como la mayoría de las personas escucharon alguna vez que deben refugiarse bajo el marco de una puerta en caso de un terremoto, aprender a mantener la calma ante una potencial estampida y tratar de calmar a los vecinos podría, eventualmente, salvar miles de vidas.

Nuestro objetivo principal a lo largo del trabajo, como ya se adelantó, es estudiar cómo afecta a la dinámica de evacuación el contagio de actitudes cooperativas, y hacer énfasis en que, si bien esta no es la reacción instintiva ante una situación de peligro,

educar a las personas sobre cómo comportarse en determinadas situaciones puede llegar a resultar en un importante beneficio colectivo y reducir el riesgo de que una futura emergencia se convierta en tragedia.

### 1.3. Optimización de flujo mediante mezclas

Si bien puede no parecerlo a simple vista, los sistemas peatonales comparten muchas similitudes con los medios granulares. Esto es particularmente cierto en el régimen de alta densidad de peatones, donde las interacciones físicas dominan por sobre la componente social en la dinámica peatonal [54, 55]. Es por esto que muchas veces los conocimientos adquiridos acerca de un tema no tardan en ser puestos a prueba en el otro. Un ejemplo de esto son las técnicas de optimización de flujo.

Las técnicas de optimización del flujo de medios granulares son un asunto de interés en la industria, ya que es usual encontrar la apertura de un silo obstruida por un atasco de granos. Es por esto que, desde el punto de vista académico, se ha puesto un gran esfuerzo en los últimos años en comprender la naturaleza de estos atascos, desarrollar técnicas para aumentar el flujo de granos, y en particular prevenir la formación de arcos que obstruyen la salida [56–63].

Un tema de investigación de gran interés es el flujo de medios granulares heterogéneos. Recientemente se estudió la posibilidad de aumentar el flujo de una dada especie de granos, agregando granos de menor tamaño [64], con resultados interesantes. En tanto, en el trabajo de la referencia [65] se analizaron los efectos de agregar partículas magnéticas.

Así como el agregado de granos con distintas propiedades es capaz de aumentar el flujo de un sistema, el mismo efecto fue estudiado en el contexto de dinámica peatonal. Como ya se adelantó en la Sección 1.2, en diversos modelos [39, 46] de evacuaciones peatonales con actitudes heterogéneas se vio que, con el agregado de una pequeña cantidad de peatones cooperativos, es posible mejorar el flujo del sistema. En el trabajo de la referencia [26] se estudian las analogías entre dos modelos de evacuación peatonal con agregado de peatones cooperativos (sin imitación), y un estudio experimental de flujo granular con agregado de granos magnéticos. Los autores hacen énfasis en el éxito de ésta estrategia anti-intuitiva<sup>1</sup>, tanto en los sistemas peatonales como en el granular.

Siguiendo la línea de estos trabajos, en particular la idea de optimizar el flujo de granos mediante el agregado de una especie con propiedades distintas, en mi tesis de licenciatura [66] estudié el efecto de agregar a un sistema granos con menor radio y coeficiente de rozamiento que los granos originales, obteniendo una mejora respecto a los resultados de [64]. En el Capítulo 6 se encuentran los principales resultados de mi

---

<sup>1</sup>La estrategia resulta anti-intuitiva ya que, en ambos casos, se obtiene un aumento en el flujo de la especie original incluso cuando hay una menor proporción de esta en el sistema.

trabajo de licenciatura, junto a algunos resultados nuevos. Luego, para esta tesis de maestría, enfocamos nuestra atención en el estudio de procesos de evacuación peatonal, con esta misma idea en mente, es decir el estudio de mezclas heterogéneas. Debido al potencial impacto y relevancia de los resultados en este tema, la mayor parte de este trabajo se centrará en el estudio de evacuaciones peatonales, en particular con imitación de actitudes cooperativas.

Esta tesis se encuentra estructurada de la siguiente manera: en el Capítulo 2 se describe el modelo utilizado a lo largo de este trabajo, y se presenta la variante original propuesta para estudiar el contagio de actitudes cooperativas durante la evacuación. En el Capítulo 3 se estudian las características principales de las evacuaciones en recintos con una salida estrecha, en el caso particular donde todos los peatones tienen el mismo comportamiento, es decir poblaciones homogéneas. Luego, en el Capítulo 4 se estudia el problema de evacuación más usual, siendo éste el de una población con comportamientos heterogéneos, donde la cooperación no se contagia dentro de la multitud. El Capítulo 5 está dedicado a nuestro objetivo central del trabajo, es decir el estudio del contagio de actitudes cooperativas durante una evacuación peligrosa, y cómo éste afecta a la dinámica del sistema. En el Capítulo 6 se hace un breve recorrido sobre el estudio de sistemas de medios granulares que presentan notables analogías con los sistemas de evacuación peatonal estudiados en los capítulos anteriores. En particular, nos enfocamos en el estudio del flujo y tiempo de vaciado de un silo, y el efecto de agregar granos con distintas propiedades. Por último, el Capítulo 7 reúne los principales resultados del trabajo, junto con un análisis general de los mismos y una interesante reflexión final.

# Capítulo 2

## Modelo y simulaciones

*“Fear’s contagious, but so is courage.”*

— Betty Williams

### 2.1. Modelo de Fuerza Social

El *Modelo de Fuerza Social* (SFM) fue propuesto por Helbing y Molnar en el año 1998 [41] para describir, mediante simulaciones computacionales, la dinámica colectiva de grupos de peatones en movimiento, desde un enfoque microscópico.

La idea principal detrás de este modelo bidimensional basado en agentes autopulsados es que el movimiento de un peatón está gobernado por una superposición de fuerzas. Si bien algunas de estas fuerzas son de origen físico, otras son producto de la motivación propia de cada individuo, basadas en estímulos producto del entorno.

En las siguientes sub-secciones se detallan las principales fuerzas propuestas por Helbing en su trabajo original [41] y una fuerza adicional propuesta por él mismo en un trabajo posterior [42], para ajustar el modelo a situaciones de alta densidad peatonal.

#### Fuerza de deseo

La premisa de la *fuerza de deseo* es que, a cada instante de tiempo  $t$ , el peatón  $i$ -ésimo buscará la manera más directa de llegar al punto (o zona) deseada. A partir de esta definición puede expresarse la dirección deseada como

$$\hat{e}_i(t) = \frac{\vec{r}_i^k - \vec{r}_i(t)}{\|\vec{r}_i^k - \vec{r}_i(t)\|},$$

donde  $\vec{r}_i(t)$  es la posición del peatón y  $\vec{r}_i^k$  es la ubicación de su objetivo. En caso de que el peatón tuviera una zona deseada  $\mathcal{Z}^k$  en lugar de un punto,  $\vec{r}_i^k(t) \in \mathcal{Z}^k$  corresponde

al punto de la zona más cercano a  $\vec{r}_i(t)$ . De esta manera, a cada instante de tiempo, el peatón corrige su dirección para apuntar hacia su objetivo.

A su vez, mientras que no sea vea influenciado por factores externos, el peatón  $i$ -ésimo caminará hacia su destino en dirección  $\hat{e}_i(t)$  con una velocidad deseada  $v_i^d$ , que es una medida de su apuro o ansiedad por llegar a destino. Sin embargo, debido a diversos motivos (como la frenada abrupta de otro peatón delante o el empujón de un peatón detrás), la velocidad real  $\vec{v}_i(t)$  de dicho peatón podría verse afectada y diferir de  $\vec{v}_i^d(t) = v_i^d \hat{e}_i(t)$ . Para solventar esto, el peatón corrige su velocidad con un tiempo de relajación  $\tau_{r,i}$  para que ésta coincida con la velocidad deseada. Esta corrección determina un término de aceleración a partir del cual se formula la fuerza de deseo (Ec. 2.1).

$$\vec{F}_i^d(t) = m_i \frac{v_i^d \hat{e}_i(t) - \vec{v}_i(t)}{\tau_{r,i}} \quad (2.1)$$

### Fuerza social

La *fuerza social* se basa en la observación de que el comportamiento de cada peatón se ve influenciado por los demás. Existe una tendencia a mantener cierto espacio personal con respecto a las demás personas y obstáculos, que se verá afectado dependiendo del contexto (pánico, densidad de peatones, apuro del peatón, entre otros) [23, 24].

Un peatón  $i$  se sentirá cada vez más incómodo al acortar su distancia con un extraño (peatón  $j$ ), lo cual da lugar a efectos de carácter repulsivos dependientes de la distancia entre ambos peatones. Debido a que la tendencia a mantener el espacio personal puede ser considerado un efecto radial [24], una manera de considerar los efectos repulsivos entre los peatones  $i$  y  $j$  es mediante una relación exponencial con su distancia relativa.

De esta forma, la fuerza social total sentida por el peatón  $i$ -ésimo puede ser representada por la Ec. 2.2, donde  $A_i$  es la intensidad de la repulsión que siente el peatón  $i$  al tocar hombros con el peatón  $j$ ,  $B_i$  es la distancia característica a la cual el peatón siente efectos repulsivos apreciables, y  $R_i$  corresponde al radio del peatón. El versor  $\hat{n}_{ij}$  apunta de  $\vec{r}_j$  hacia  $\vec{r}_i$ .

$$\vec{F}_i^s(t) = \sum_{j \neq i} A_i e^{[(R_i + R_j) - \|\vec{r}_i(t) - \vec{r}_j(t)\|]/B_i} \hat{n}_{ij} \quad (2.2)$$

El subíndice  $j$  en la Ec. 2.2 corre sobre todos los peatones (excluyendo a  $i$ ) y también sobre las paredes y obstáculos del recinto. En este último caso,  $\vec{r}_j$  representa el punto de la pared más cercano al peatón, y  $R_j = 0$  m [42]. Nótese que dos peatones (o peatón y pared) podrían superponerse parcialmente, pero en este caso la fuerza social crece exponencialmente con el solapamiento, y representa también una respuesta mecánica que impide que ambos agentes se atraviesen<sup>1</sup>. Si bien en algunos trabajos se implementa

<sup>1</sup>Si bien  $\vec{F}^s$  no diverge cuando  $\|\vec{r}_i - \vec{r}_j\| \rightarrow 0$ , esta alcanza el orden de los  $10^6$  N, mientras que las

una fuerza adicional en dirección  $\hat{n}_{ij}$  para dar cuenta de la “compresión corporal”, en diversos trabajos se demostró que ésta juega un rol secundario en los procesos de evacuación, y que puede ser omitida si se ajustan correctamente los parámetros de la fuerza social [67–69].

Un aspecto a destacar es que, en caso de que  $A_i \neq A_j$  y/o  $B_i \neq B_j$ , la fuerza social sentida por el peatón  $i$  a causa del peatón  $j$  no será la misma que la fuerza sentida por el peatón  $j$  a causa del peatón  $i$  ( $\vec{F}_{ij}^s \neq \vec{F}_{ji}^s$ ). Esto implica que no se cumple el principio de acción y reacción. Es importante tener presente que la fuerza social no es una fuerza de origen físico, y el incumplimiento de este principio es la situación que uno esperaría encontrarse en la realidad. Intuitivamente, una persona muy apurada no se sentirá incómoda al apretarse contra su vecino, mientras que un vecino relajado se sentirá altamente incomodado por esta misma actitud.

### Fuerza de rozamiento

En situaciones de alta densidad peatonal, es inevitable que los peatones entren en contacto. Cuando esto ocurre comienza a actuar la *fuerza de rozamiento* (de origen físico), que fue descrita según la ecuación Ec. 2.3 por Helbing y colaboradores para estudiar la dinámica peatonal en situaciones de pánico [42]. Posteriormente, este modelo de rozamiento fue estudiado y caracterizado en diversos trabajos [69–71].

$$\vec{F}_i^f(t) = \sum_{j \neq i} \kappa g((R_i + R_j) - \|\vec{r}_i(t) - \vec{r}_j(t)\|) (\Delta \vec{v}_{ij}(t) \cdot \hat{t}_{ij}) \hat{t}_{ij}, \quad g(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq 0 \\ x, & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

La fuerza de rozamiento descrita por la Ec. 2.3 actúa en la dirección tangencial  $\hat{t}_{ij} = (-n_{ij}^{(2)}, n_{ij}^{(1)})$ , correspondiente al versor  $\hat{n}_{ij}$  rotado en  $\pi/2$ , y es proporcional a la diferencia de velocidad tangencial entre los peatones  $i$  y  $j$ , es decir  $\Delta \vec{v}_{ij} \cdot \hat{t}_{ij} = (\vec{v}_j - \vec{v}_i) \cdot \hat{t}_{ij}$ . Cabe destacar también que la fuerza de rozamiento entre dos peatones es no nula solamente cuando la distancia entre ellos es menor a la suma de sus radios, es decir cuando se encuentran parcialmente solapados, y la magnitud de la fuerza aumenta cuanto más “apretados” estén, según la función  $g(x)$ .

Al igual que en la fuerza social, el subíndice  $j$  corre sobre todos los peatones (distintos de  $i$ ) y también sobre las paredes del recinto. En este último caso,  $\vec{r}_j$  representa el punto de la pared más cercano al peatón,  $R_j = 0$  m y  $\vec{v}_j = 0$  m/s [42].

Estas tres “fuerzas” mencionadas (Ecs. 2.1-2.3), dos representando fenómenos psicológicos y una de origen físico, determinan la fuerza total que gobierna la dinámica

---

demás fuerzas en dirección  $\hat{n}_{ij}$  no superan los  $10^3$  N.

de un peatón.

Una última consideración del Modelo de Fuerza Social es que, si bien un peatón puede tener una fuerza de deseo muy grande o sentir una fuerza social de gran intensidad con respecto a un vecino, existe una limitación física sobre la velocidad máxima  $v_i^{\max}$  que puede alcanzar un peatón [72]. Es razonable entonces introducir la variable  $\vec{w}_i(t)$  representando la *velocidad preferida* del peatón  $i$ -ésimo, la cual puede ser igual o mayor (en casos extremos) a la velocidad real  $\vec{v}_i(t)$  del mismo. De esta manera, las ecuaciones de movimiento [41, 42] de cada uno de los peatones quedan determinadas según la Ec. 2.4.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}_i(t)}{dt} = \vec{v}_i(t) &:= \begin{cases} \vec{w}_i(t), & \text{si } \|\vec{w}_i(t)\| \leq v_i^{\max} \\ v_i^{\max} \frac{\vec{w}_i(t)}{\|\vec{w}_i(t)\|}, & \text{si no.} \end{cases} \\ m_i \frac{d\vec{w}_i(t)}{dt} &= \vec{F}_i^d(t) + \vec{F}_i^s(t) + \vec{F}_i^f(t) \end{aligned} \quad (2.4)$$

## 2.2. SFM con imitación de actitudes cooperativas

En este trabajo se estudió el tiempo de evacuación de un grupo de peatones compuesto por agentes con distintas actitudes, y el efecto de la imitación de actitudes cooperativas durante la evacuación.

Para llevar esto a cabo se empleó una adaptación original del Modelo de Fuerza Social que permite contemplar las distintas actitudes (egoístas y cooperativas), e incluye una dinámica simple de imitación de actitudes cooperativas.

El recinto de nuestro sistema de estudio consiste en una habitación de dimensión  $L \times H$  con una superficie de  $900 \text{ m}^2$ , con una puerta de ancho  $D = 4R$  (es decir el ancho de dos personas) situada en el centro de una pared de lado  $L$  (Fig. 2.1). Los peatones, por su parte, son representados por discos de radio  $R_i$  y masa  $m_i$ . En los esquemas y capturas de las simulaciones se utiliza el color rojo para representar a los peatones egoístas, azul para los peatones cooperativos, y verde para los peatones egoístas que se encuentran imitando a uno cooperativo.

En este modelo, cada peatón busca evacuar la habitación en el menor tiempo posible, gobernado por la dinámica descrita en la Ecuación 2.4. Si se encuentra en una posición  $\vec{r}_i = (x_i, y_i)$  tal que  $y_i \leq L$ , la dirección deseada del peatón  $i$ -ésimo, a tiempo  $t$ , está dada por la Ecuación 2.5, donde  $x$  y  $x^*$  toman valores en el intervalo  $[-\frac{D}{2} + R_i, \frac{D}{2} - R_i]$ . En caso de encontrarse suficientemente lejos de la puerta ( $y_i > L$ ), su dirección deseada será  $\hat{e}_i = (0, -1)$  [41].

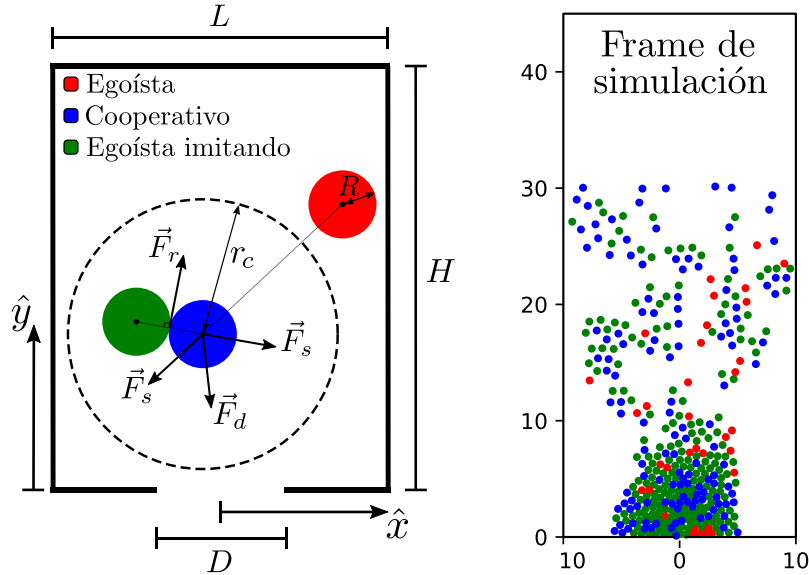


$$\hat{e}_i(t) = \frac{(x^*, 0) - \vec{r}_i(t)}{\|(x^*, 0) - \vec{r}_i(t)\|}, \text{ con } x^* / \|(x^*, 0) - \vec{r}_i(t)\| < \|(x, 0) - \vec{r}_i(t)\|, \forall x \neq x^*. \quad (2.5)$$

Cada simulación comienza con  $N_e$  peatones egoístas y  $N_c$  peatones cooperativos distribuidos de manera aleatoria en la habitación, sin que haya dos peatones en contacto. Si bien hay varios parámetros que podrían representar la actitud del peatón, en este trabajo solamente modificamos la intensidad de la fuerza social ( $A_i$ , en Ec. 2.2) representando la tendencia a mantener el espacio personal y evitar el contacto físico, y la velocidad deseada ( $v_i^d$ , en Ec. 2.1) que representa el apuro o ansiedad de cada peatón [23, 24, 42].

Cuando un peatón egoísta se encuentra a una distancia menor a  $r_c$  de uno cooperativo, el egoísta copia la actitud de éste, es decir sus parámetros  $v_c^d$  y  $A_c$ . Cuando el peatón egoísta se aleja del peatón cooperativo (una distancia mayor a  $r_c$ ) recupera sus parámetros egoístas originales. Es importante destacar que un peatón egoísta imitando a uno cooperativo, sigue siendo egoísta, por lo que los demás peatones egoístas no imitarán sus parámetros de cooperatividad. En la Sección 2.3 se detalla y discuten las características y la interpretación de los peatones cooperativos en nuestro modelo.

En la Fig. 2.1 se observa un esquema del sistema de estudio, ilustrando la dinámica de imitación, junto a una captura de una simulación realizada.



**Figura 2.1:** (Izquierda) Esquema del sistema de estudio. Se observan un peatón cooperativo y dos egoístas, uno de ellos imitando al cooperativo. También se ilustran las fuerzas que actúan sobre el peatón cooperativo. (Derecha) Captura de una simulación.

En la Tabla 2.1 se detallan los valores utilizados para las distintas constantes y variables, con respecto a los peatones, a lo largo de este trabajo. El valor de la velocidad deseada de los peatones egoístas ( $v_e^d$ ) se escogió de manera tal que los peatones egoístas

	Egoístas	Cooperativos
$N$	250	[0, 140]
$R$	0.25 m	
$m$	70 kg	
$\tau_r$	0.5 s	
$r_c$	-	1 m
$A$	2000 N	[3000, 10000] N
$B$	0.08 m	
$v^d$	3 m/s	[0.75, 2.25] m/s
$\kappa$	$2.4 \cdot 10^5 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$	
$v^{\max}$	8 m/s	

**Tabla 2.1:** Constantes y variables utilizadas a lo largo del trabajo.

se encuentre en el régimen Faster-is-Slower (más sobre esto en el Capítulo 3), y la velocidad máxima  $v^{\max}$  se eligió cercana a la media de la velocidad máxima alcanzada por atletas de élite en carreras de 100 m llanos<sup>2</sup> [73]. El radio  $r_c$  se escogió de manera arbitraria, pensando en el alcance de un brazo estirado. Los demás parámetros del modelo original ( $R$ ,  $m$ ,  $\tau_r$ ,  $A_e$ ,  $B$  y  $\kappa$ ) fueron elegidos en acuerdo con el trabajo de la referencia [68].

### 2.3. Peatones egoístas y peatones cooperativos

Como ya se adelantó en la Sección 2.2, en nuestro modelo consideraremos dos tipos de peatones: cooperativos y egoístas.

Los agentes egoístas representan peatones de la población general, que tienen cierta tendencia a apurarse y a entrar en contacto físico con otros peatones y poseen, en general, mayor probabilidad de formar atascos que los peatones cooperativos. En tanto, teniendo en cuenta la dinámica de imitación explicada en la sección anterior, pueden darse dos interpretaciones diferentes acerca de lo que representan los peatones cooperativos.

En la interpretación más directa, los peatones cooperativos representan agentes de seguridad que estarían identificados, por ejemplo, con un chaleco amarillo o algún otro elemento que permita distinguirlos entre la multitud. De esta manera, cuando un peatón egoísta se encuentre cerca de un agente de seguridad, podría acatar sus ordenes o simplemente adoptar una actitud más calma debido a la presencia de una autoridad.

En la segunda interpretación, los peatones cooperativos representan peatones de la población general (no agentes de seguridad contratados) pero que han sido educados o entrenados debidamente acerca de cómo comportarse en situaciones de riesgo

<sup>2</sup>Dada la naturaleza de las evacuaciones que estudiamos y la presencia de atascos, los peatones nunca alcanzan esta velocidad máxima, por lo que  $\vec{v}_i(t) = \vec{w}_i(t)$ ,  $\forall t$  (ver Ec. 2.4). Es por esto que no se requiere una calibración detallada del parámetro  $v^{\max}$ .

en multitudes y también acerca de cómo calmar a la gente que los rodea. En esta segunda interpretación, puede entenderse eventualmente que los peatones egoístas tienen también cierto grado de educación acerca de la importancia de conservar la calma, preservar distancia, etc. que hará que imiten a los cooperativos, aunque tienen un grado de ansiedad mayor, o bien un menor nivel de conciencia o de entrenamiento que los cooperativos.

Esta segunda interpretación apunta a nuestra motivación principal de estudiar qué ocurriría si las personas estuvieran educadas acerca de cómo actuar ante el peligro de una estampida peatonal. En particular, este modelo de imitación apunta a un caso hipotético, pero eventualmente implementable en la realidad, en el que ya es conocimiento general, porque se enseña por ejemplo en las escuelas, el hecho de que mantener la calma en este tipo de situaciones es beneficioso para todos. Partiendo de esta suposición, las personas cercanas al pánico se tranquilizan al interactuar con una persona calma, que además intenta contagiarles esta actitud (personas más educadas).

A lo largo de este trabajo se utilizan de manera indistinta las expresiones “agente de seguridad”, “agente cooperativo”, “peatón cooperativo” y “cooperador”. Sin embargo hay que tener presente que, en el caso de las evacuaciones con dinámica de imitación, todas refieren al mismo sujeto con la capacidad de mantener la calma y tranquilizar también a un grupo de peatones cercanos.

En lo que respecta al modelado, consideraremos dos tipos diferentes de peatones cooperativos. Para cualquiera de ellos valen las dos interpretaciones recién mencionadas.

- Peatones cooperativos pacientes, caracterizados por una velocidad deseada  $v_c^d$  menor a la de los peatones egoístas ( $v_e^d$ ) en la fuerza de deseo. Estos peatones tienden a caminar más lentamente que los egoístas. Puede pensarse que se comportan de manera menos ansiosa o apurada.
- Peatones cooperativos prudentes, caracterizados por un parámetro  $A_c$  menor que el de los peatones egoístas ( $A_e$ ) en la fuerza social. Estos tienden a evitar más el contacto físico que los egoístas, aunque caminan a la misma velocidad.

En la realidad, se esperaría que un peatón entrenado o un agente de seguridad combine estas dos características (caminar despacio y guardar distancia), pero dentro del modelo se consideran como propiedades separadas, y esto permite identificar los efectos de cada una en los resultados de la evacuación.

## 2.4. Simulaciones numéricas

Para llevar a cabo las simulaciones computacionales, se implementó en C++ el Modelo de Fuerza Social con imitación de actitudes cooperativas<sup>3</sup> descrito en la Sección 2.2. Para resolver las ecuaciones de movimiento (Ec. 2.4) se empleó el algoritmo de *Velocity Verlet* adaptado para fuerzas dependientes de la velocidad [74], con un paso temporal  $dt = 10^{-3}$  s.

Una característica de los sistemas de evacuación peatonal es que, a pesar de que el tiempo medio de la evacuación se encuentre en un intervalo seguro<sup>4</sup>, estudiando esta cantidad perdemos valiosa información, por ejemplo acerca de la frecuencia con la cual ocurren evacuaciones peligrosamente lentas [46, 75]. Considerando que esta clase de sistemas pueden presentar grandes fluctuaciones [63, 76], que en nuestro caso representan evacuaciones peligrosas, en este trabajo estudiamos las distribuciones de tiempos de evacuación, en lugar de enfocarnos en el tiempo medio. Para esto se realizaron 50 simulaciones por juego de parámetros, con distintas posiciones iniciales, y nos enfocamos en la mediana del tiempo de evacuación y su rango intercuartil. De ahora en adelante, al hablar del tiempo de evacuación  $T$ , nos referimos en particular a la mediana del mismo calculada sobre las distintas realizaciones.

A la hora de calcular el tiempo de evacuación, para cada sistema, consideramos solamente el tiempo requerido para evacuar al 80% de los peatones. Esto es debido a que, cuando quedan pocas personas en el recinto, la presión efectiva ejercida sobre los agentes disminuye y la dinámica de evacuación cambia, por lo que solamente nos enfocamos en el régimen de evacuación más conflictivo y representativo de una evacuación peligrosa [28, 77].

---

<sup>3</sup>Código disponible: [https://github.com/AmirZablo/sfmEvac\\_imit](https://github.com/AmirZablo/sfmEvac_imit)

<sup>4</sup>Es decir que la evacuación no se demore demasiado, cosa que podría ser perjudicial en caso de que haya un peligro adicional, como lo puede ser un foco de incendio.

# Capítulo 3

## Evacuación de poblaciones homogéneas

*“Deep down inside we are all the same. We all have the same emotions.”*

— Michael Jackson

Antes de estudiar la dinámica de evacuaciones conformadas por individuos con actitudes heterogéneas, es fundamental analizar y comprender los mecanismos detrás del caso más simple posible: una evacuación de individuos con la misma actitud.

A modo de familiarizarnos con la dinámica de estos sistemas, se estudió el tiempo de evacuación de una población conformada por 250 agentes con los mismos parámetros de cooperatividad, es decir  $v^d$  y  $A$ , en función de distintos parámetros propios de los peatones y de la geometría del recinto.

### 3.1. Dependencia con los parámetros de cooperatividad

En primer lugar se estudió la dependencia del tiempo de evacuación con la velocidad deseada de los peatones (Fig. 3.1.a), es decir su ansiedad por evacuar, en un recinto cuadrado. A simple vista, podemos identificar tres regímenes principales en la curva  $T$  vs.  $v^d$ :

- Para velocidades deseadas  $0 \text{ m/s} < v^d \lesssim 1.25 \text{ m/s}$ , la evacuación es más rápida cuanto más apresurados están los peatones. En este régimen, denominado *Faster-is-Faster* (FIF), la fuerza social supera a la fuerza de deseo, por lo que los agentes evitan el contacto físico y evacúan de manera ordenada.
- Cuando la velocidad deseada se encuentra en el rango  $1.25 \text{ m/s} \lesssim v^d \lesssim 4.5 \text{ m/s}$ , el

tiempo de evacuación aumenta junto con la ansiedad de los peatones. Este efecto denominado *Faster-is-Slower* (FIS) [42, 78] ocurre cuando la fuerza de deseo supera a la fuerza social, por lo que los peatones entran en contacto y comienza a actuar la fuerza de rozamiento. Cuando la puerta de salida es suficientemente chica, el contacto físico produce atascos, causando así un flujo intermitente de peatones [39, 79]. A su vez, cuanto más ansiosos están los peatones, más se amontonan entre sí, causando cada vez más atascos y más estables. Es importante notar que en este régimen, las condiciones de evacuación no son seguras, debido a que el amontonamiento de personas y en particular formación de atascos pueden ser causantes de accidentes relevantes.

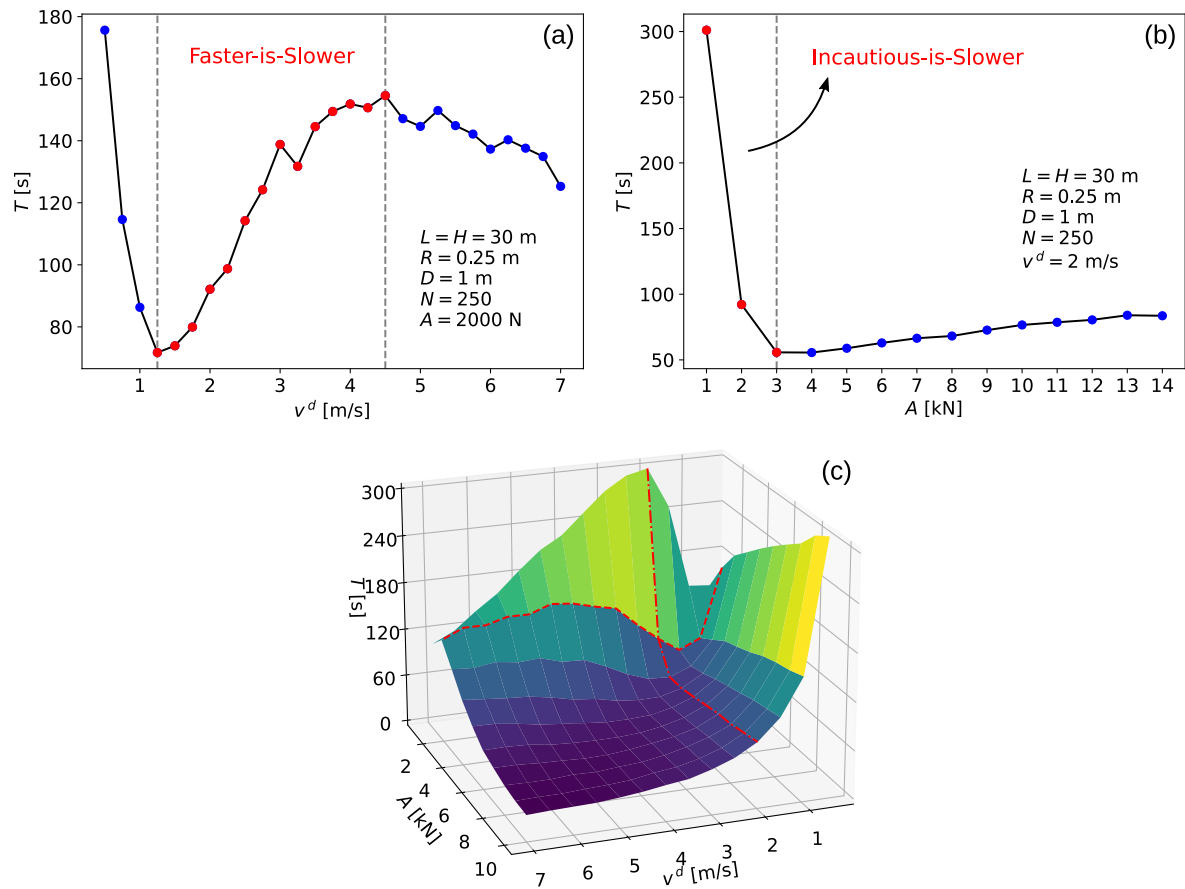
- Finalmente, cuando  $v^d \gtrsim 4.5$ , vemos que el tiempo de evacuación disminuye cuanto más apurados estén los peatones. Si bien esto puede verse como una mejora respecto al régimen FIS, lo que ocurre en realidad es que la presión efectiva ejercida sobre los peatones cercanos a la salida es tan grande que alcanza a romper los atascos. Esto ocasiona un aumento en el flujo peatonal, pero también aumenta notablemente la probabilidad de ocurrir accidentes de gravedad, muertes por asfixia o estampidas [77]. Para simular de manera más correcta este régimen de evacuación, es necesario tomar en consideración factores adicionales, como por ejemplo la reacción de los peatones frente a un peatón en el suelo o inconsciente [80].

Si estudiamos cómo varía el tiempo de evacuación con la precaución de los peatones, es decir la intensidad  $A$  de la fuerza social (Fig. 3.1.b), observamos dos regímenes distintos:

- Cuando  $A \gtrsim 3000 N$ , el sistema se encuentra en un régimen sin atascos, por lo que ser excesivamente prudente resulta equivalente a caminar más lento en el régimen FIF, lo cual ralentiza la evacuación. Cuanto menos espacio libre pretendan dejar los peatones con sus vecinos, la evacuación se acelera levemente.
- Para valores  $0 N \lesssim A \lesssim 3000 N$ , vemos que el tiempo de evacuación empeora drásticamente cuanto más imprudentes son los peatones. Este efecto, al que denominamos *Incautious-is-Slower*, es análogo al *Faster-is-Slower*, en el cual los peatones entran en contacto físico y se producen atascos.

A modo ilustrativo, en la Figura 3.1.c se observa el tiempo de evacuación en función de  $v^d$  y  $A$ , para una población homogénea de 250 peatones. Las líneas rojas señalan los sistemas representados en las Figuras 3.1.a y 3.1.b. Una cosa que notamos en la Figura 3.1.c es que, si  $A$  es lo suficientemente grande, el efecto *Faster-is-Slower* no aparece. Esto se debe a que, si bien el nivel de ansiedad de los peatones puede ser alto, también

son lo suficientemente prudentes para evitar el contacto físico, por lo que no ocurren atascos.



**Figura 3.1:** Tiempo de evacuación en función de distintos parámetros de cooperatividad. (a) Tiempo de evacuación en función de la velocidad deseada. Se observa el régimen Faster-is-Slower. (b) Tiempo de evacuación en función de la intensidad de la fuerza social. Se observa el régimen Incautious-is-Slower. (c) Tiempo de evacuación en función de la velocidad deseada y la intensidad de la fuerza social.

## 3.2. Dependencia con las dimensiones del recinto

Habiendo visto cómo varía el tiempo de evacuación con los distintos parámetros de cooperatividad de los agentes, e identificado el efecto FIS, protagonista de las evacuaciones peligrosas, estudiaremos ahora la dependencia con la geometría de la habitación y el tamaño de la salida.

En la Fig. 3.2.a se pueden ver las curvas de  $T$  vs.  $v^d$  para a una población homogénea igual a la de la Fig. 3.1.a, en habitaciones con puertas de distintos tamaño. Se estudió un rango de anchos de puerta de entre 0.75 m y 6 m, es decir un ancho de entre una persona y media, y 12 personas. Considerando que el régimen FIS se caracteriza por una disminución de flujo peatonal a causa de los atascos, es fácil asociar el incremento en altura del pico de las curvas con la reducción del tamaño de la puerta. El motivo

es que, cuanto más estrecha es la salida, más fácil será que los peatones se amontonen, produciendo así más atascos y un empeoramiento importante del tiempo de evacuación. La habitación con puerta de ancho  $D = 12R = 6\text{ m}$  corresponde al límite de puerta grande, en el cual nunca se alcanza el régimen Faster-is-Slower por más ansiosos que se encuentren los peatones. Esto se debe a que, al tener una puerta tan grande, la dirección deseada de cada peatón puede apuntar a un punto distinto de la salida, evitando así el contacto físico y la formación de atascos.

Por último se estudiaron las curvas de  $T$  vs.  $v^d$  para la misma población, en habitaciones con una puerta de ancho  $D = 4R$ , y distintas relaciones de aspecto (Fig. 3.2.b). En todos los casos se mantuvo la superficie de la habitación constante de  $900\text{ m}^2$ , a modo de mantener constante la densidad inicial de peatones. Podemos notar que, cuanto más angosto es el recinto, mayor es la ansiedad necesaria ( $v^d$ ) para alcanzar el régimen FIS. Más aún, vemos que, cuando la habitación es lo suficientemente angosta, este régimen nunca ocurre.

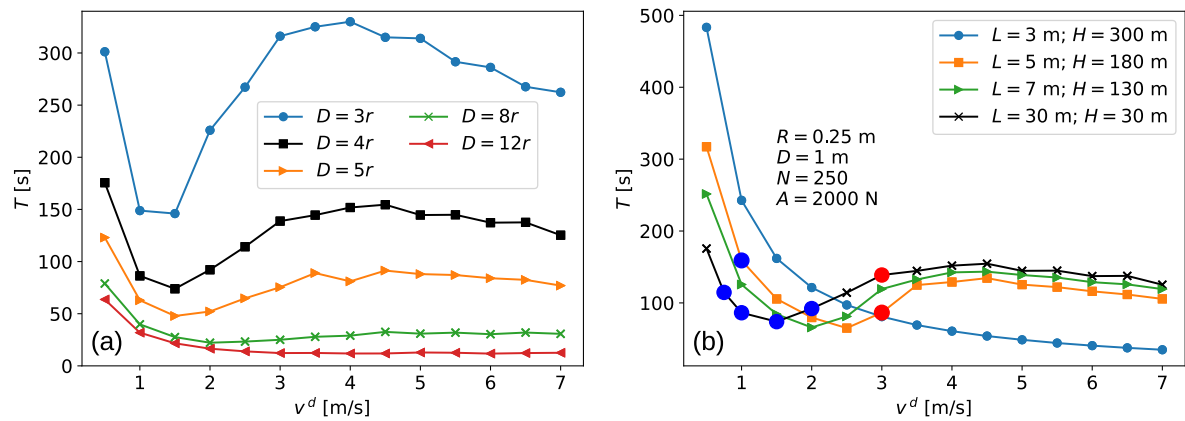
La razón detrás de este fenómeno es que las paredes actúan como guía, reduciendo la cantidad de rutas posibles hacia la salida. Una mayor cantidad de rutas puede dar lugar a una situación conflictiva si la salida es lo suficientemente estrecha, mientras que una menor cantidad de rutas produce un ordenamiento en los peatones e incentiva la formación de hileras [81]. El caso límite se observa en la habitación de  $3\text{ m} \times 300\text{ m}$ , en la cual las paredes guían a los peatones, induciendo un ordenamiento suficiente para eliminar el efecto Faster-is-Slower. Por el contrario, para habitaciones más anchas que cierto  $L$ , las curvas se asemejan mucho entre sí. Esto se debe a que la distancia entre la salida y las paredes es lo suficientemente grande como para que la multitud no interactúe con las mismas, y los peatones arriben a la puerta desde cualquier ángulo  $\theta \in [0, \pi]$ . Por esta razón, es de esperar que varios peatones coincidan en la salida y se produzcan atascos.

En la Fig. 3.2.b, sobre las curvas correspondientes a las habitaciones con  $L = 30\text{ m}$  y  $L = 5\text{ m}$ , se indican las velocidades deseadas correspondientes a cooperadores (azul) y egoístas (rojo), que estudiaremos en las mezclas de cada recinto. Los parámetros de cooperatividad a estudiar fueron seleccionados de manera tal que un sistema homogéneo de egoístas se encuentre en el régimen Faster-is-Slower, y que los sistemas puros de cooperadores siempre tengan una menor propensión a formar atascos que los sistemas puros de egoístas<sup>1</sup>.

Habiéndonos familiarizado con la dinámica de evacuación de poblaciones homogéneas, e identificado la región de parámetros problemática en la cual podrían ocurrir accidentes, nos preguntamos si es posible mejorar el tiempo y la seguridad de una

<sup>1</sup>Esto no necesariamente implica que el sistema puro de cooperadores tenga un mejor tiempo de evacuación que el sistema puro de egoístas.





**Figura 3.2:** Tiempo de evacuación en función de distintos parámetros de la habitación.  
 (a) Tiempo de evacuación en función de la velocidad deseada, para puertas de distinto tamaño.  
 (b) Tiempo de evacuación en función de la velocidad deseada, para distintas dimensiones del recinto, manteniendo la superficie constante.

evacuación, agregando al sistema peatones cooperativos. Más aun, nos preguntamos cómo cambia la dinámica de la evacuación en base a la actitud que adopta un peatón egoísta al encontrarse con un peatón cooperativo. En este trabajo, los cooperadores pueden representar tanto agentes de seguridad como a peatones de la población general que recibieron instrucción acerca de cómo actuar en este tipo de situaciones, con la capacidad de calmar o influir sobre el comportamiento de las personas, como se comentó en la Sección 2.3.



# Capítulo 4

## Evacuación de poblaciones mixtas sin imitación

*“Dress me slowly, I’m in a hurry.”*

— Napoleón Bonaparte

Como vimos en el Capítulo 3, cuando la evacuación se encuentra en el régimen FIS, la dinámica se caracteriza por la presencia de atascos cerca de la puerta. En lo que resta del trabajo estudiaremos el efecto de agregar a un sistema con  $N_e = 250$  peatones egoístas en este régimen, distintas cantidades de peatones cooperativos.

En los trabajos ya mencionados [39, 46] se encontró que, con el simple hecho de agregar peatones cooperativos a un sistema de egoístas, el tiempo de evacuación disminuye levemente. Siguiendo esta línea, en este capítulo estudiaremos qué ocurre si los peatones egoístas no imitan a los peatones cooperativos cercanos (es decir evacuaciones sin dinámica de imitación). Recordemos que estos trabajos se basan en diferentes modelos computacionales, en particular autómatas celulares y modelos basados en agentes, por lo que también contrastaremos nuestros resultados con los anteriores en busca de similitudes o diferencias, considerando que nuestro modelo parte de un marco teórico diferente.

### 4.1. Evacuación de un recinto cuadrado

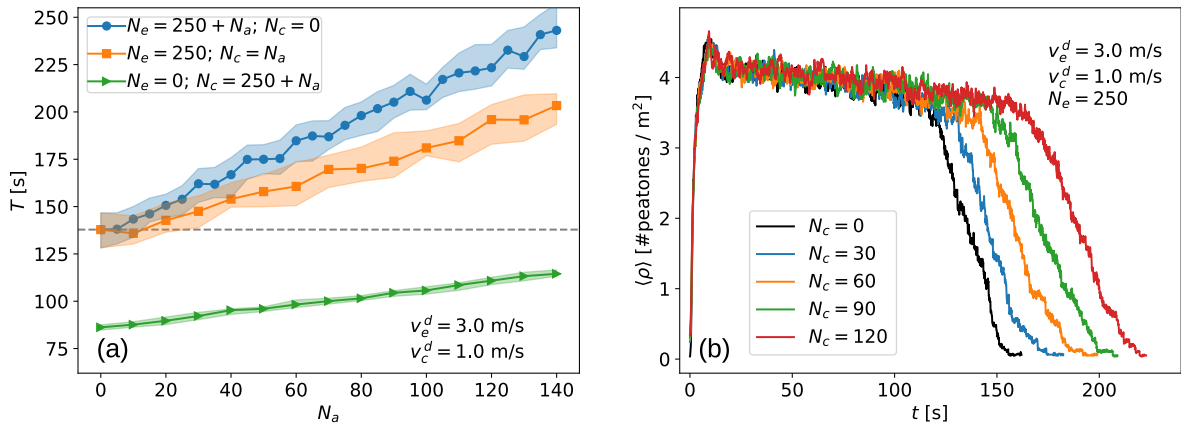
Se estudió la evacuación de 250 peatones egoístas ( $v_e^d = 3$  m/s,  $A_e = 2$  kN) en un recinto de  $30\text{ m} \times 30\text{ m}$ , con una puerta de ancho  $D = 1$  m (dos diámetros de un peatón), centrándonos en el efecto de agregar una cantidad variable de peatones cooperativos al sistema, cambiando sus parámetros de cooperatividad, es decir  $v_c^d$  y  $A_c$ .

En primer lugar se estudiaron mezclas con distintas cantidades de peatones cooperativos menos ansiosos que los egoístas ( $v_c^d < v_e^d$ ). En la Figura 4.1.a se muestran los

tiempos de evacuación para sistemas con cantidad variable de peatones cooperativos, con  $v_c^d = 1 \text{ m/s}$ , y se observan tres curvas:

- La curva azul, representa el tiempo de evacuación de sistemas homogéneos compuestos por  $(250 + N_a)$  peatones egoístas.
- La curva naranja, representa el tiempo de evacuación de sistemas mixtos compuestos por 250 peatones egoístas y  $N_a$  peatones cooperativos.
- La curva verde, representa el tiempo de evacuación de sistemas homogéneos compuestos por  $(250 + N_a)$  peatones cooperativos.

Como bien se adelantó en la Sección 2.4, para cada sistema<sup>1</sup> se realizaron 50 simulaciones con condiciones iniciales diferentes. En cada una de las curvas, los scatter representan la mediana del tiempo de evacuación para el sistema correspondiente ( $T$ ), y el área sombreada indica el rango intercuartil de dicha distribución.



**Figura 4.1:** Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), sin imitación. (a) Tiempo de evacuación para sistemas puros de egoístas, puros de cooperadores y mixtos. Los sistemas mixtos no presentan una reducción de  $T$  respecto al sistema egoísta original. (b) Densidad peatonal cercana a la puerta para sistemas mixtos con distinto  $N_c$ . No se observa una reducción de  $\rho$  respecto al sistema egoísta original, en el régimen de alta densidad.

En la Figura 4.1.a vemos que, independientemente del número de agentes cooperativos agregados al sistema, el tiempo de evacuación aumenta monótonamente con respecto al sistema de 250 peatones egoístas (indicado por la línea a trazos). Sin embargo, vale la pena recalcar que para un sistema con una cantidad fija de peatones  $N$ , el tiempo de evacuación mejora cuanto más grande es la proporción de peatones cooperativos.

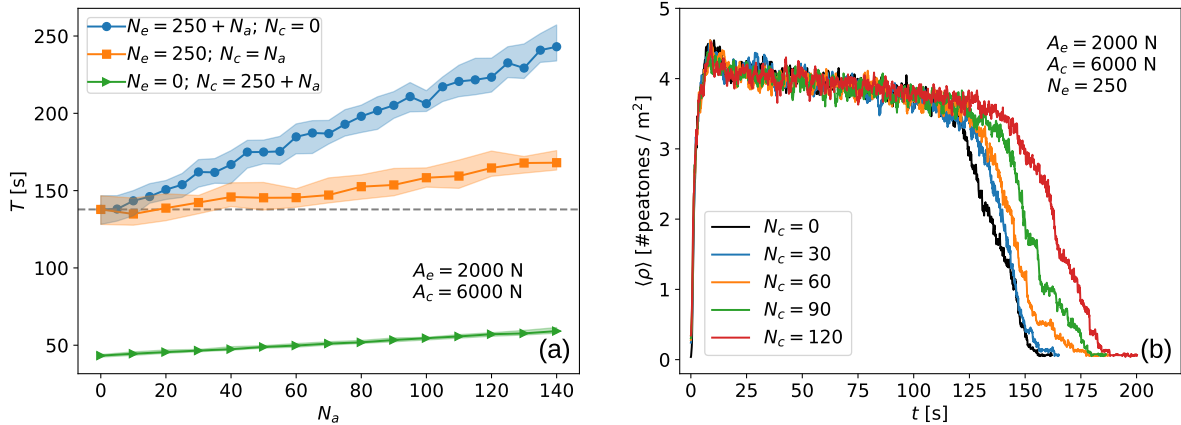
En la Figura 4.1.b se ilustra la densidad media<sup>2</sup> de peatones dentro del semicírculo de radio 1 m alrededor de la salida, en función del tiempo. A modo de referencia, la

<sup>1</sup>Al decir sistema se hace referencia a una población de  $N_e + N_c$  individuos, con sus respectivos parámetros de cooperatividad.

<sup>2</sup>Se toma el valor medio de  $\rho(t)$  sobre las 50 realizaciones del respectivo sistema.

curva negra indica  $\langle \rho(t) \rangle$  para el sistema de 250 peatones egoístas. Podemos ver que, luego de un régimen transitorio de duración  $\sim 10$  s, los peatones se acumulan en la salida y se forma la aglomeración semicircular de alta densidad (régimen estacionario de la evacuación) (ver Fig. 2.1). Algo que llama la atención en la Figura 4.1.b es que la densidad media de peatones cercanos a la puerta es independiente de la cantidad de cooperadores agregados al sistema. Esto nos dice que, no sólo se obtiene un incremento en el tiempo de evacuación, sino que el agregado de agentes al sistema tampoco mejora la seguridad de la misma, lo cual se vería reflejado en una disminución en la densidad peatonal [82].

Luego se estudió el efecto de agregar distintas cantidades de agentes cooperativos, en este caso, con mayor tendencia a preservar el espacio personal ( $A_c = 6000 \text{ N} > A_e$ ), al sistema conformado por 250 egoístas. En la Figura 4.2.a se ilustran los tiempos de evacuación correspondientes a los sistemas puros de egoístas, puros de cooperadores, y mixtos, y en la Figura 4.2.b se observa la densidad de peatones cercanos a la puerta para distintas cantidades de cooperadores agregados. Al igual que en los sistemas con agregado de cooperadores menos ansiosos (Fig. 4.1), no se observa una mejora de tiempo ni de densidad peatonal con respecto al sistema original de 250 egoístas.



**Figura 4.2:** Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $A_c > A_e$ ), sin imitación. (a) Tiempo de evacuación para sistemas puros de egoístas, puros de cooperadores y mixtos. Los sistemas mixtos no presentan una reducción de  $T$  respecto al sistema egoísta original. (b) Densidad peatonal cercana a la puerta para sistemas mixtos con distinto  $N_c$ . No se observa una reducción de  $\rho$  respecto al sistema egoísta original, en el régimen de alta densidad.

Luego se repitió este estudio con otros valores de  $v_c^d$  y  $A_c$ , y en ninguno de los casos se observó una mejora. Estos resultados contrastan con los obtenidos en trabajos anteriores, en los cuales se emplearon modelos basados en agentes [39] y autómatas celulares [46], y se observó que introduciendo pequeñas cantidades de peatones cooperativos a un sistema de egoístas, es posible mejorar levemente el tiempo de evacuación. Las diferencias entre nuestros resultados y los reportados en estos trabajos pueden deberse a

diversos motivos.

En primer lugar, tanto el modelo basado en agentes como el autómata celular tienen sus propios parámetros y características que los diferencian, por lo que es de esperar que los resultados no sean congruentes entre todos los modelos. A su vez, el tamaño del recinto y la cantidad de agentes en el modelo de [39], son mayores a los estudiados en este trabajo. Finalmente, una particularidad del modelo de fuerza social es que, como se detalló en la Sección 2.1,  $\vec{F}^s$  no necesariamente cumple el principio de acción y reacción. Debido a esto, si bien los peatones cooperativos pueden tener la intención de mantener más espacio con sus vecinos o moverse más lento, sus vecinos egoístas no se lo permitirán.

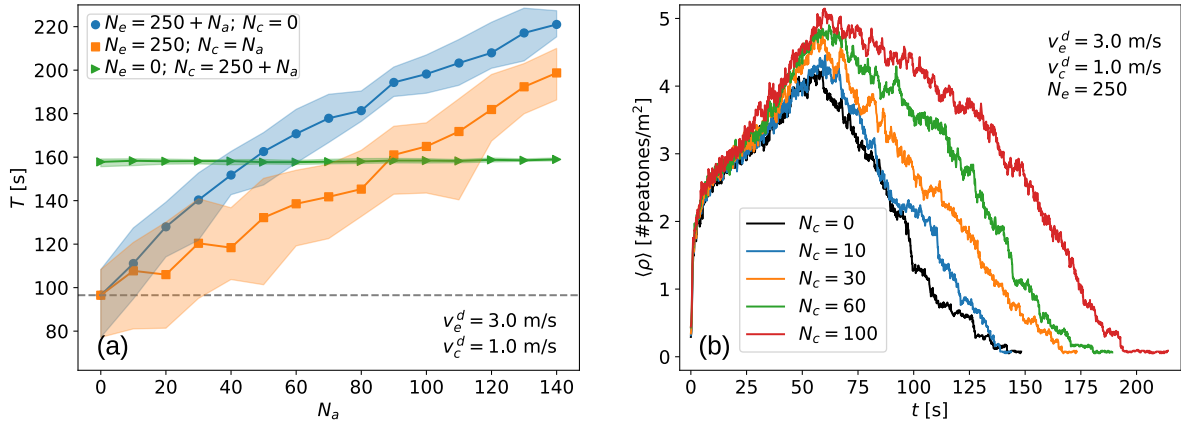
El hecho de que los resultados de diferentes modelos puedan no ser congruentes entre sí hace evidente que, a los efectos de algunos estudios y aplicaciones, es necesario dedicar más trabajo y atención a los detalles finos del modelado, para así desarrollar marcos de simulación apropiados para cada investigación o desarrollo.

## 4.2. Evacuación de un pasillo

Habiendo observado que el agregado de peatones cooperativos no mejora el tiempo ni la seguridad de una evacuación en una habitación cuadrada, nos preguntamos si la forma del recinto juega un rol relevante en este resultado. Para esto se estudió nuevamente el efecto de agregar peatones menos ansiosos al sistema, esta vez en un recinto de  $5\text{ m} \times 180\text{ m}$ .

En la Figura 4.3 se muestran los tiempos de evacuación de los distintos sistemas, junto a las curvas  $\langle \rho(t) \rangle$  para diferentes cantidades de peatones agregados. Lo primero a notar es que, a diferencia de la habitación cuadrada, el sistema puro de 250 cooperadores tiene un tiempo de evacuación mayor al del sistema puro con 250 egoístas. Esto se debe a que, a pesar de encontrarse en el régimen Faster-Is-Faster (Fig. 3.1.e) y no producir atascos, los peatones cooperativos tardan mucho en recorrer el pasillo y llegar hasta la salida. Más aún, vemos que el tiempo de evacuación de los sistemas puros cooperativos no depende de la cantidad de peatones en el sistema. Esto ocurre ya que, en ausencia de atascos, los peatones realizan una caminata libre sin frenarse, por lo que el tiempo de evacuación está dado por el tiempo que le lleva al último peatón cruzar el pasillo con velocidad  $v_c^d$ .

Al igual que en el caso de la habitación cuadrada, en la Figura 4.3.a se observa que, independientemente de la cantidad de cooperadores que agreguemos al sistema, el tiempo de evacuación empeora respecto al sistema original de 250 egoístas. Sin embargo, en la Figura 4.3.b podemos observar que, al agregar más agentes de seguridad al sistema, la densidad peatonal cercana a la puerta tiende a aumentar. Esto difiere de la evacuación en habitación cuadrada, donde vimos que la densidad media es in-



**Figura 4.3:** Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), sin imitación, en un pasillo. (a) Tiempo de evacuación para sistemas puros de egoístas, puros de cooperadores y mixtos. Los sistemas mixtos no presentan una reducción de  $T$  respecto al sistema egoísta original. (b) Densidad peatonal cercana a la puerta para sistemas mixtos con distinto  $N_c$ . No se observa una reducción de  $\rho$  respecto al sistema egoísta original, durante la formación del régimen de alta densidad.

dependiente de la cantidad de peatones agregados al sistema, y sugiere que en esta geometría de recinto, el agregado de agentes cooperativos puede resultar perjudicial para el proceso de evacuación.

Un detalle a destacar es que en la Figura 4.3 vemos que el transitorio es considerablemente más largo que en el caso de la habitación cuadrada (Fig. 4.1). Eso ocurre ya que los peatones demoran más en cruzar el recinto y alcanzar la puerta, por lo que la zona de alta densidad cercana a la salida se conforma de manera gradual.

Vale la pena destacar que, al igual que en las evacuaciones de la habitación cuadrada, si bien el agregado de peatones cooperativos no produce una reducción en el tiempo de evacuación del sistema, produce un crecimiento más lento que el agregado de peatones egoístas. Los resultados permiten afirmar que, en el caso de evacuaciones sin imitación de actitudes cooperativas, para  $N$  total constante, el tiempo de evacuación mejora cuanto más grande es la proporción de peatones cooperativos en el sistema.

Hasta ahora vimos que, con el simple hecho de agregar peatones cooperativos a un sistema de egoístas, no es posible mejorar el tiempo de evacuación, ni tampoco reducir la probabilidad de accidentes. Este resultado negativo nos sirve en parte como justificación, y principalmente como motivación adicional, para estudiar nuestro caso de mayor interés. Por ende nos preguntamos: ¿qué ocurriría si las personas supieran cómo actuar durante una evacuación, y se calmaran en presencia de un agente cooperativo?





# Capítulo 5

## Evacuación de poblaciones mixtas con imitación de actitudes cooperativas

*“¡Siganme los buenos!”*

— Chapulín Colorado

Hasta ahora vimos que la presencia de peatones cooperativos entre la multitud egoísta no logra mejorar una evacuación si los peatones egoístas ignoran su presencia. Esto nos lleva a preguntarnos cómo cambiaría la dinámica del sistema si los peatones egoístas modifican su comportamiento en presencia de un agente cooperativo, y si de esta forma es posible mejorar el proceso de evacuación.

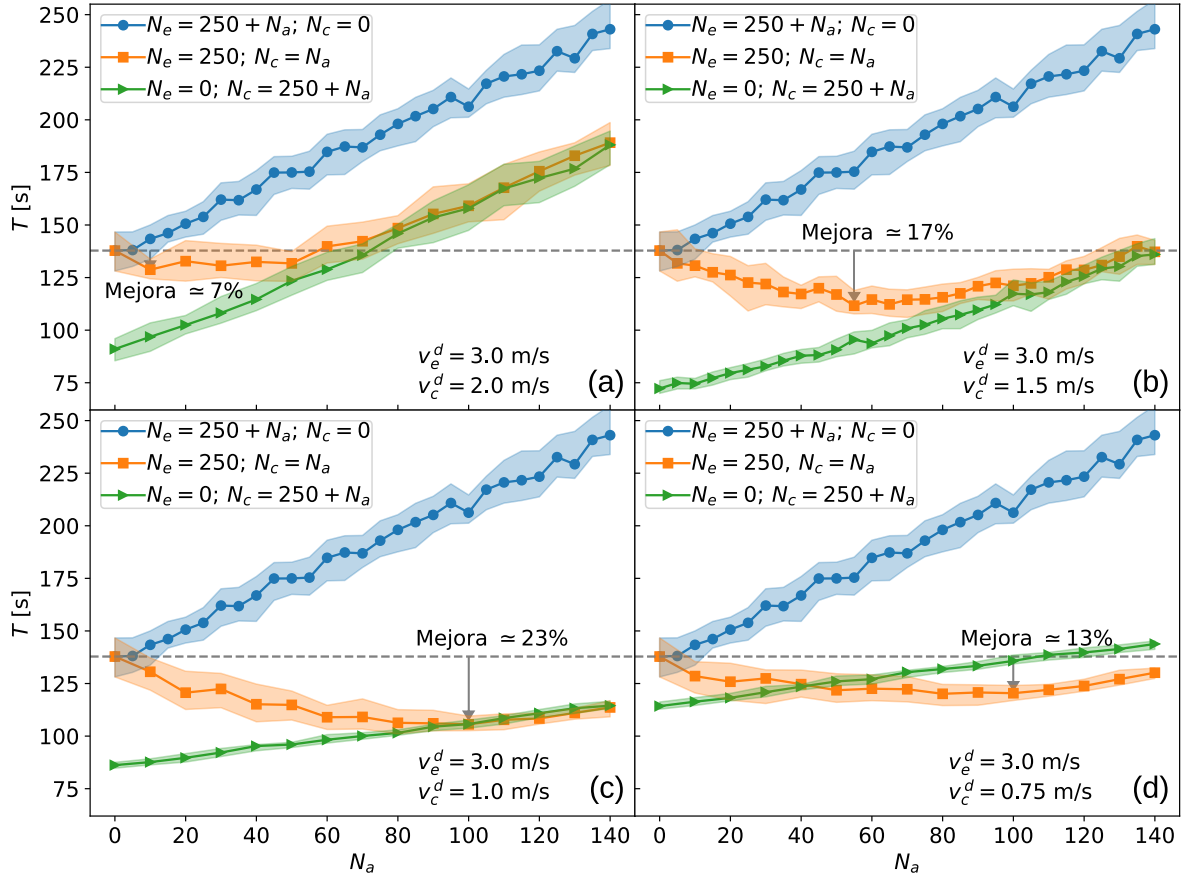
Los próximos sistemas que estudiaremos incluyen la dinámica de imitación, es decir que todos los peatones egoístas que se encuentren a distancia  $\leq r_c$  ( $= 1$  m) de uno cooperativo, se comportarán de manera cooperativa (tal como se detalló en la Sección 2.2). Al igual que en el Capítulo 4, nos enfocaremos en el efecto de agregar peatones cooperativos en habitaciones con distintas dimensiones, para analizar también si la geometría del recinto afecta de algún modo a la dinámica de evacuación.

### 5.1. Evacuación de un recinto cuadrado

Se estudió la evacuación de 250 peatones egoístas ( $v_e^d = 3$  m/s,  $A_e = 2$  kN) en un recinto de  $30\text{ m} \times 30\text{ m}$ , con una puerta de ancho  $D = 1$  m. Se estudió el efecto de agregar distintas cantidades de peatones cooperativos al sistema, nuevamente variando sus parámetros de cooperatividad, es decir  $v_c^d$  y  $A_c$ .

### 5.1.1. Peatones cooperativos menos ansiosos

En primer lugar se estudiaron mezclas con distintas cantidades de peatones cooperativos menos ansiosos que los egoístas ( $v_c^d < v_e^d$ ). En la Figura 5.1 se observan cuatro paneles correspondientes a peatones cooperativos con cuatro valores de  $v_c^d$  distintos (2 m/s, 1.5 m/s, 1 m/s y 0.75 m/s).

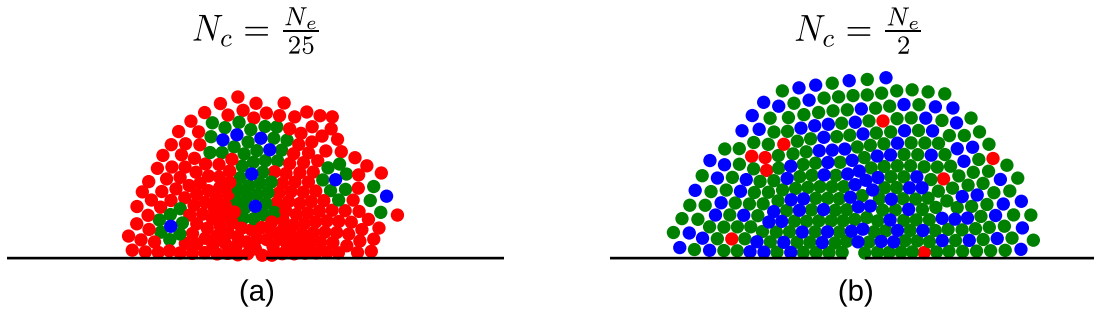


**Figura 5.1:** Tiempo de evacuación para sistemas puros de egoístas, puros de cooperadores ( $v_c^d < v_e^d$ ) y mixtos, con imitación. (a)  $v_c^d = 2$  m/s. Se obtiene una reducción de  $T$  de aproximadamente 7%, respecto al sistema egoísta original. (b)  $v_c^d = 1.5$  m/s. Se obtiene una reducción de  $T$  de aproximadamente 17%. (c)  $v_c^d = 1$  m/s. Se obtiene una reducción de  $T$  de aproximadamente 23%. (d)  $v_c^d = 0.75$  m/s. Se obtiene una reducción de  $T$  de aproximadamente 13%. Este sistema también presenta una mejora respecto a los sistemas puros cooperativos. El motivo se encuentra analizado en el texto.

Lo primero que se puede notar a simple vista es que, con las cuatro  $v_c^d$  ilustradas en la Figura 5.1, sí se observa una mejora en el tiempo de evacuación de los peatones. En particular, vemos que agregando una cierta cantidad de agentes de seguridad al sistema, el tiempo de evacuación mejora respecto al sistema puro de 250 peatones (indicado por la línea horizontal). Es interesante destacar que el tiempo de evacuación de un sistema mixto compuesto por  $(250 + N_c)$  agentes, tiene un tiempo de evacuación menor al de un sistema de 250 agentes egoístas, a pesar de ser más peatones. Cabe recalcar que la mejora del tiempo de evacuación observada en estos sistemas es considerablemente

mayor a la reportada en trabajos basados en distintos modelos sin imitación [39, 46].

En las Figuras 5.1.a – 5.1.c, vemos que el tiempo de evacuación del sistema mejora cuanto más cooperativos sean los agentes de seguridad (menor  $v_c^d$ ), obteniendo reducciones del 7%, 17% y 23% respecto al sistema de 250 egoístas, respectivamente. Además vemos que, para  $N_c$  suficientemente grande, el tiempo de evacuación del sistema mixto compuesto por 250 peatones egoístas y  $N_a$  cooperativos, tiende al tiempo de evacuación del sistema puro compuesto por  $(250 + N_a)$  peatones cooperativos. La razón de este comportamiento es que, para  $N_c$  suficientemente grande, la densidad de cooperadores es tal que cada egoísta tiene una probabilidad cercana a 1 de encontrarse dentro del radio de imitación de un cooperador. Debido a este motivo, el sistema queda conformado casi exclusivamente por cooperadores e imitadores, lo cual equivale a un sistema efectivamente cooperativo (Fig. 5.2).

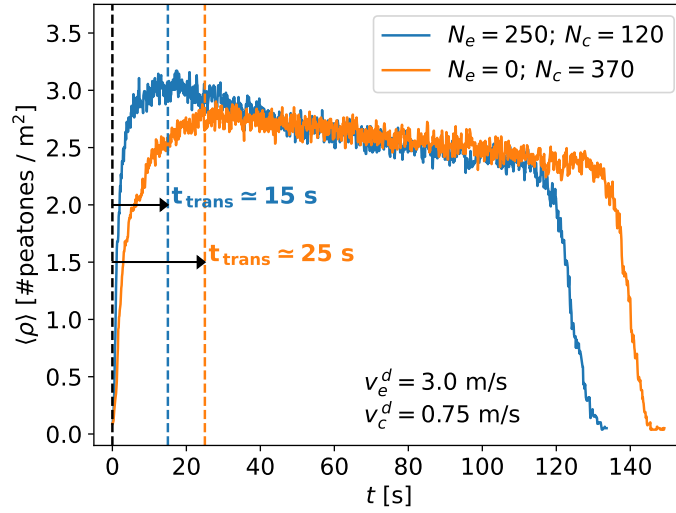


**Figura 5.2:** (a) Formación de alta densidad cercana a la puerta, con una cantidad pequeña de peatones cooperativos. Se puede ver como los egoístas que los rodean imitan su comportamiento. (b) Formación de alta densidad cercana a la puerta, con una cantidad grande de peatones cooperativos. Vemos como casi no se encuentran peatones egoístas en la zona de alta densidad, ya que la mayoría imita a un cooperador cercano (límite de imitación total).

El caso de los peatones cooperativos más lentos, es decir aquellos con  $v_c^d = 0.75$  m/s (Fig. 5.1.d), requiere un análisis propio. A diferencia de los demás sistemas, en este caso vemos que el tiempo de evacuación del sistema mixto compuesto por 250 peatones egoístas y  $N_a$  cooperativos disminuye respecto al del sistema puro compuesto por  $(250 + N_a)$  peatones cooperativos.

La razón de este fenómeno puede entenderse a partir de la Figura 5.3, en la cual se ilustra la densidad media de peatones dentro del semicírculo de radio 1 m alrededor de la salida, en función del tiempo. La curva azul corresponde a  $\langle \rho(t) \rangle$  para un sistema mixto conformado por 250 peatones egoístas y 120 peatones cooperativos, y la curva naranja corresponde a  $\langle \rho(t) \rangle$  para un sistema puro de 370 peatones cooperativos (notar que para este  $N$ , la mezcla tiene menor tiempo de evacuación que el sistema puro de cooperadores).

En la Figura 5.3 podemos ver que el sistema puro de cooperadores demora más en alcanzar la máxima densidad de peatones que la mezcla. Esto se debe a que los peatones cooperativos en este sistema son muy lentos, por lo que tardan más en llegar

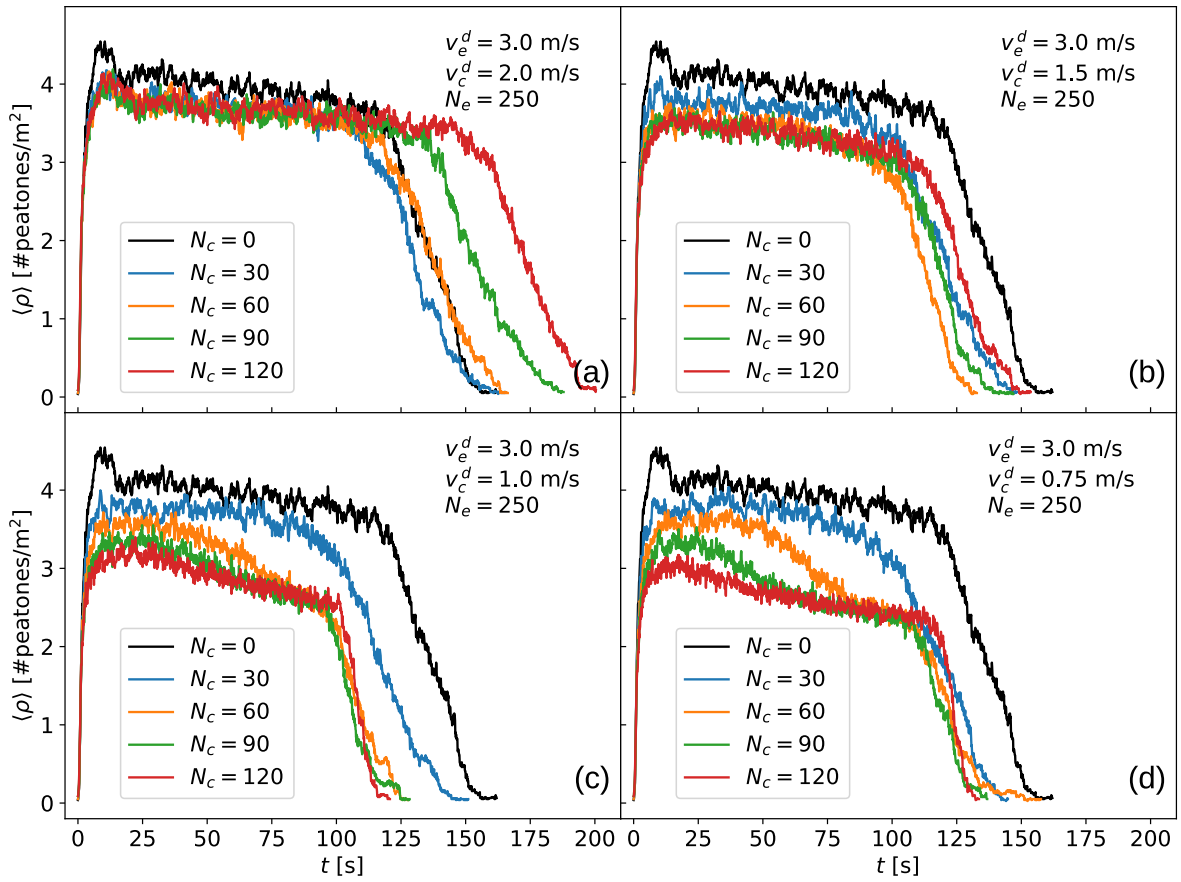


**Figura 5.3:** Densidad en función del tiempo para un sistema mixto con  $N_e = 250$  y  $N_c = 120$ , con  $v_c^d = 0.75 \text{ m/s}$ , y el sistema puro cooperativo con  $N_c = 370$ . Los sistemas se diferencian en el tiempo que demora en formarse la aglomeración de alta densidad, es decir la duración del régimen transitorio.

desde sus posiciones iniciales hasta la formación de alta densidad en la puerta (se alarga el transitorio). De esta manera, si bien en el estacionario el sistema está efectivamente compuesto casi exclusivamente por cooperadores e imitadores, durante el transitorio algunos egoístas evitan a los cooperadores y llegan rápidamente a la puerta, acortando de esta manera el transitorio. Cuando  $N_c \rightarrow \infty$ , se espera que el tiempo de evacuación de la mezcla tienda al del sistema puro cooperativo desde abajo, ya que la densidad inicial de cooperadores será tal que ningún egoísta pueda llegar a la puerta sin volverse imitador, por lo que los transitorios se igualan.

Habiendo visto que el agregado de agentes de seguridad al sistema permite mejorar el tiempo de evacuación, nos interesa ver si, además, mejora la seguridad de la misma. Para esto se estudió la densidad media de peatones cercanos a la puerta (en un semicírculo de radio 1 m alrededor de la misma) a lo largo de la evacuación. En la Figura 5.4 se ilustra  $\langle \rho(t) \rangle$  para sistemas mixtos con distintas cantidades de agentes cooperativos, con sus correspondientes  $v_c^d$  representadas en los distintos paneles de la Figura 5.1. En cada panel, se ilustra la densidad en función del tiempo del sistema puro con 250 egoístas, a modo de referencia.

Como podemos ver en la Figura 5.4, el agregado de agentes de seguridad no solo mejora el tiempo de evacuación, si no que también causa una disminución en la densidad media de peatones cercanos a la puerta. Este resultado tiene una gran relevancia, ya que implica que la disminución del tiempo de evacuación viene acompañada por una menor probabilidad de que ocurran accidentes durante la misma (asociados a una alta densidad peatonal). Además vemos que, cuanto más cooperativos son los agentes agregados, mayor es la reducción en la densidad media del sistema, y esta a su vez



**Figura 5.4:** Densidad media en función del tiempo para poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ) con  $N_e = 250$  y distintos  $N_c$ , con imitación. Las mezclas representadas en cada panel se corresponden con los cooperadores respectivos a cada panel de la Figura. 5.1. Vemos como, cuanto más cooperativos son los peatones agregados, más disminuye la densidad peatonal cercana a la puerta. A partir de cierto  $N_c$  (límite de imitación total),  $\langle \rho \rangle$  deja de disminuir.

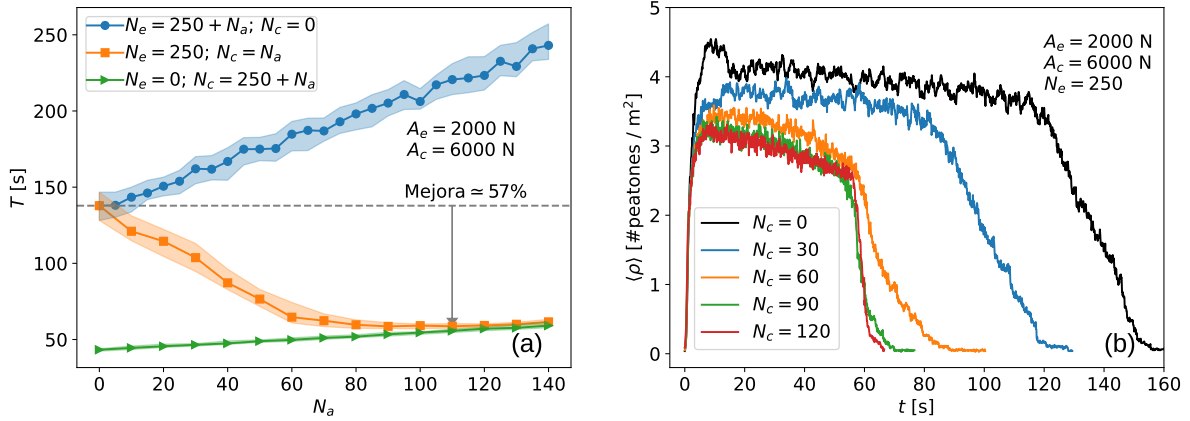
mejora cuantos más peatones cooperativos se agreguen al mismo. A partir de una dada cantidad de peatones cooperativos agregados, vemos que la densidad media deja de disminuir al aumentar  $N_c$ , lo cual coincide con el límite de imitación total. Vale la pena notar que, si bien se trata de dos resultados diferentes, la disminución de la densidad y la mejora de  $T$  están relacionadas, como veremos en la Sección 5.1.3.

### 5.1.2. Peatones cooperativos más prudentes

Habiendo visto que es posible mejorar el tiempo de evacuación y seguridad de la misma, agregando al sistema agentes con menor ansiedad que los egoístas ( $v_c^d < v_e^d$ ), nos preguntamos si es posible obtener este mismo efecto mediante agentes más propensos a mantener distancia con sus vecinos, es decir  $A_c > A_e$ .

En la Figura 5.5.a se observan las curvas de  $T$  en función de  $N_a$  para los sistemas puros egoístas (los mismos que en el caso anterior), puro cooperativos ( $A_c = 6$  kN,  $v_c^d = v_e^d$ ), y los sistemas mezcla. A su vez, en la Figura 5.5.b se observa la densidad media de pea-

tones cercanos a la puerta, en función del tiempo, para mezclas con distintas cantidades de peatones cooperativos. Como podemos ver, al igual que en las Figuras 5.1 y 5.4, el agregado de agentes de seguridad más prudentes, mejora notablemente el tiempo de evacuación del sistema, produciendo una mejora de hasta el 57% respecto al sistema de 250 egoístas. Esto también se ve reflejado en la densidad media de peatones cercanos a la salida, la cual disminuye notablemente al agregar agentes de seguridad. De esta manera confirmamos que los agentes con mayor tendencia a preservar el espacio personal pueden producir una mejora importante en la evacuación, al igual que los agentes menos ansiosos.

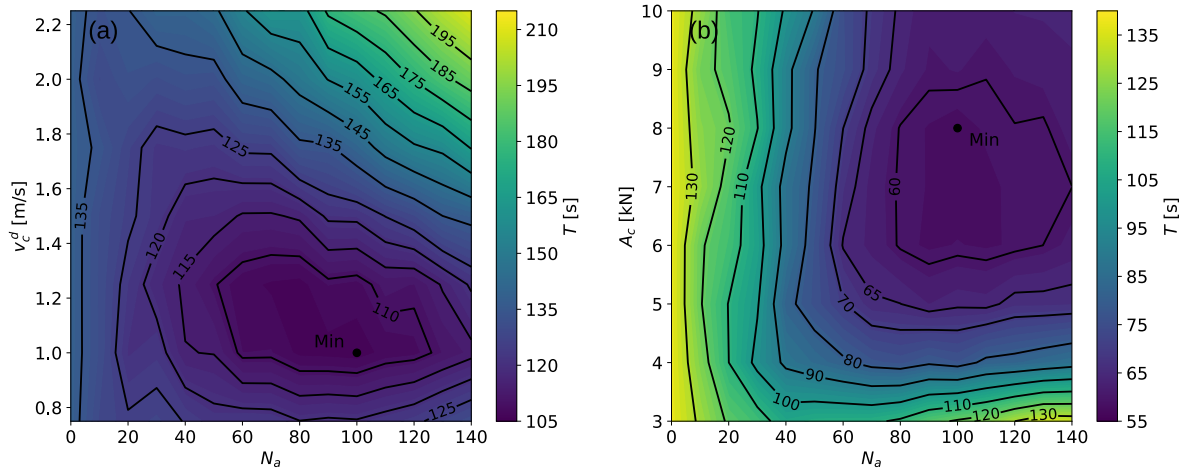


**Figura 5.5:** Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $A_c > A_e$ ), con imitación. (a) Tiempo de evacuación para sistemas puros de egoístas, puros de cooperadores y mixtos. Los sistemas mixtos presentan una importante disminución de  $T$  ( $\simeq 57\%$ ) respecto al sistema egoísta original. (b) Densidad peatonal cercana a la puerta para sistemas mixtos con distinto  $N_c$ . Se observa una reducción en la densidad peatonal cercana a la puerta, en el régimen estacionario, respecto al sistema original.

Finalmente, a modo ilustrativo, en la Figura 5.6 se pueden ver los tiempos de evacuación de distintas mezclas en función de la cantidad de peatones cooperativos agregados, y su respectivo parámetro de cooperatividad ( $v_c^d$  o  $A_c$ ). Para completar estos mapas de contorno, se realizó un barrido de  $v_c^d$  y  $A_c$  que abarca los valores estudiados en las Figuras 5.1 y 5.5, y también otros valores.

Tanto en la Figura 5.6.a como en la Figura 5.6.b podemos ver que se alcanza un mínimo en el tiempo de evacuación. Esto se explica notando que, a partir de cierta cantidad de agentes de seguridad agregados, su efecto positivo sobre dinámica de evacuación se verá superado por el empeoramiento de  $T$  asociado al gran aumento de peatones. En la Sección 5.1.3 se entrará en detalle acerca del efecto de agregar cooperadores al sistema.

Un punto llamativo es que, incluso agregando una cantidad de agentes menor a la del mínimo  $T$ , se puede obtener una mejora de tiempo importante respecto al sistema original de 250 peatones egoístas, lo cual resulta valioso desde un punto de vista aplicado, considerando que lo más simple de implementar sería introducir la menor cantidad



**Figura 5.6:** (a) Tiempo de evacuación de las mezclas en función de  $N_c$  y  $v_c^d$  ( $A_c = A_e = 2000$  N).  
 (b) Tiempo de evacuación de las mezclas en función de  $N_c$  y  $A_c$  ( $v_c^d = v_e^d = 3$  m/s).

de agentes posible. Este resultado contrasta con los obtenidos en trabajos anteriores sin imitación [39, 46] en los cuales se reportan mejoras de  $\sim 3\%$  en el tiempo de evacuación, mientras que en este trabajo se observan mejoras hasta del orden del 50%. Sin embargo, la mejora en el tiempo de evacuación obtenida mediante el agregado de peatones cooperativos, en particular con la dinámica de imitación, también fue reportada en un trabajo muy reciente en el cual estudian una dinámica de imitación basada en teoría de juegos, mediante un modelo de autómatas celulares [83].

Para comprender la razón por la cual los agentes cooperativos logran mejorar el tiempo y seguridad de la evacuación, es necesario cuantificar su influencia sobre la dinámica de las evacuaciones, y determinar que rol cumplen durante la misma.

### 5.1.3. Análisis de la dinámica cerca de la puerta

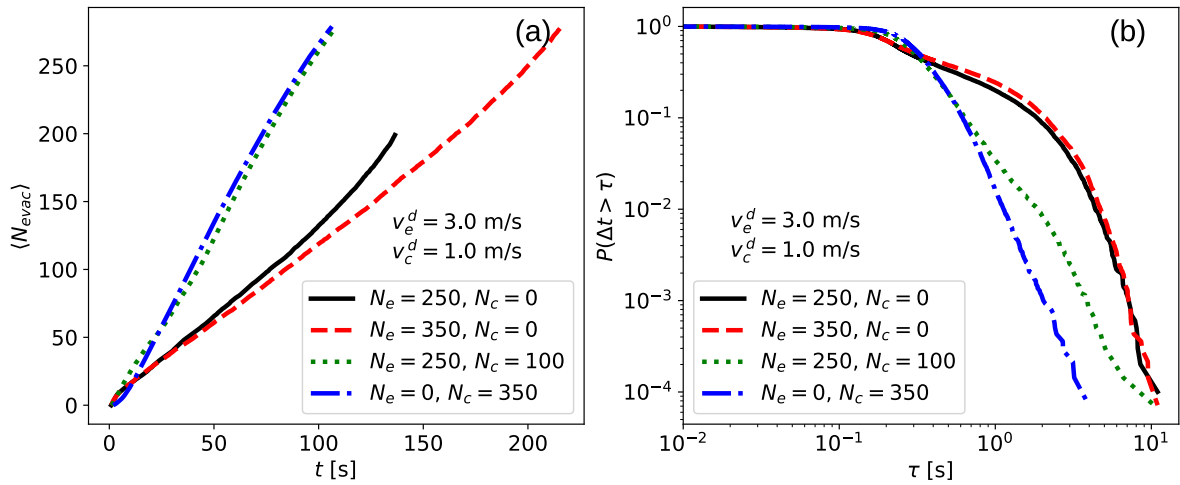
Para determinar el mecanismo mediante el cual los peatones cooperativos facilitan la evacuación, se estudió cómo afecta su presencia a la probabilidad de que ocurran atascos en la salida, y a la dinámica cerca de la misma. En primer lugar se estudió el flujo de peatones y las funciones de supervivencia  $P(\tau)$ , que dan la probabilidad de que el intervalo de tiempo  $\Delta t$  entre la expulsión de dos peatones consecutivos sea mayor a  $\tau$ . La función de supervivencia de cada sistema fue calculada a partir de las 50 realizaciones del mismo, siguiendo el algoritmo detallado en el Apéndice A.

En la Figura 5.7.a se observa la cantidad de peatones evacuados en función del tiempo, promediada sobre las 50 realizaciones, para distintos sistemas. Se analizaron tres sistemas con  $N = 350$ : uno compuesto exclusivamente por egoístas, otro compuesto solo por cooperadores ( $v_c^d < v_e^d$ ), y una mezcla con  $N_e = 250$  y  $N_c = 100$ , es decir la

mezcla con menor tiempo de evacuación. A modo de referencia, también se ilustra  $\langle N_{\text{evac}} \rangle$  en función del tiempo para el sistema original de 250 egoístas.

Lo primero que notamos es que, cuanto más grande es la proporción de peatones cooperativos en el sistema, mayor es el flujo. En particular, vemos que la mezcla tiene un flujo mayor al sistema puro de 250 egoístas, por lo cual es directo atribuir esta mejora a los agentes agregados. Esto concuerda con lo observado en la Figura 5.7.b donde, a partir de las funciones de supervivencia, vemos que la probabilidad de que ocurran intervalos  $\Delta t$  grandes entre la expulsión de dos peatones consecutivos, disminuye al aumentar la proporción de cooperadores en el sistema. Un aspecto a destacar es que las funciones de supervivencia de los distintos sistemas se diferencian para valores de  $\tau \gtrsim 0.2\text{s}$ , lo cual sugiere que los peatones cooperativos disminuyen la probabilidad de que se formen atascos (los cuales interrumpen el flujo y dan lugar a  $\Delta t$ s más grandes), que son el ingrediente principal del régimen Faster-is-Slower [79].

La menor probabilidad de atasco en los sistemas con cooperadores agregados está directamente asociada a los dos resultados obtenidos en la Sección 5.1, ya que los atascos son la causa subyacente del empeoramiento de  $T$  en el régimen Faster-is-Slower, pero estos a su vez están ligados con la densidad peatonal, ya que una mayor densidad cercana a la puerta implica más contacto físico, que debido a la fuerza de rozamiento ocasiona los atascos.



**Figura 5.7:** (a) Cantidad media de peatones evacuados en función del tiempo, para sistemas puros de egoístas, puro de cooperadores, y mixto ( $v_c^d < v_e^d$ ). La mezcla tiene un flujo mayor al del sistema egoísta original, comparable al del sistema puro cooperativo. (b) Probabilidad de que el intervalo  $\Delta t$  entre la expulsión de dos peatones consecutivos sea mayor a  $\tau$ . El sistema mixto tiene una menor probabilidad de que ocurran intervalos largos, asociados a los atascos.

Algo que llama la atención en la Figura 5.7 es que el flujo del sistema puro de egoístas es casi independiente de la cantidad de personas que lo conforman ( $N_e = 250$  o  $N_e = 350$ ), y lo mismo ocurre con la distribución de probabilidad  $P(\tau)$ . Si bien uno podría esperar que ambas dependan de la cantidad de personas en el sistema,



lo que observamos en la Figura 5.7.a es un fenómeno análogo a la regla empírica de Beverloo de los medios granulares [84], la cual describe la independencia del flujo en un silo con la cantidad de granos en el mismo. Por su parte, en otros trabajos numéricos y experimentales se observó que la distribución  $P(\tau)$  no depende de la cantidad de individuos en el sistema, a partir de una cantidad  $N \simeq 100$ , para una habitación con puerta chica [28, 34].

Finalmente, se estudiaron los *diagramas fundamentales* [85–87] asociados a las Figuras 5.1.b y 5.1.c. Estos diagramas ilustran la velocidad media de los peatones dentro del semicírculo de radio 1 m alrededor de la puerta, en función de la densidad peatonal dentro de la misma zona. Para calcular el diagrama fundamental correspondiente a un sistema se registra cada 100 pasos temporales (es decir 0.1 s) la velocidad media de los peatones en la zona y la densidad peatonal dentro de la misma. Este proceso se repite para las 50 realizaciones del sistema, y luego se calcula la velocidad media para cada densidad<sup>1</sup>, promediada sobre todas las velocidades medias registradas para dicho valor de  $\rho$ .

En la Figura 5.8.a se observan los diagramas fundamentales correspondientes a los sistemas puro egoísta con  $N = 250$  y  $N = 315$ , puro cooperativo con  $N = 315$  ( $v_c^d = 1.5$  m/s, correspondiente a la Figura 5.1.b), y la mezcla con  $N_e = 250$  y  $N_c = 65$ , es decir la mezcla con mayor reducción en el tiempo de evacuación. En la Figura 5.8.b se ilustran los diagramas fundamentales para sistemas puros egoístas con  $N = 250$  y  $N = 350$ , el sistema puro cooperativo con  $N_c = 350$  ( $v_c^d = 1.0$  m/s, correspondiente a la Figura 5.1.c), y la mezcla con  $N_e = 250$  y  $N_c = 100$ , que corresponde a la mezcla con menor tiempo de evacuación para este valor de  $v_c^d$ .

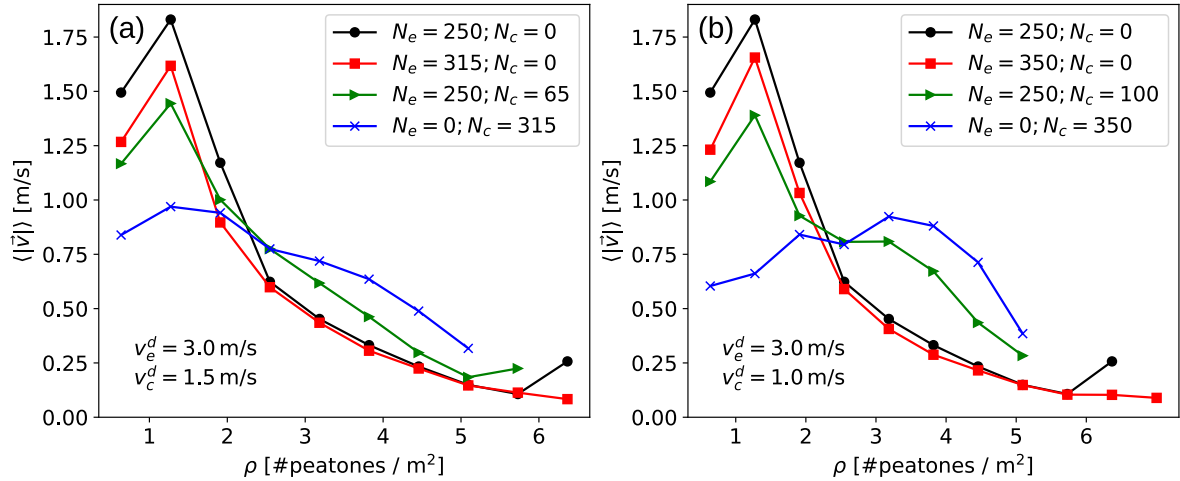
Lo primero que notamos tanto en la Figura 5.8.a como 5.8.b es que, en los sistemas puros egoístas, la velocidad media de los peatones crece cuando  $0 < \rho \lesssim 1.5$  peatones/m<sup>2</sup>, y luego decrece cuando la densidad peatonal aumenta. Esto ocurre debido a que los peatones entran en contacto, y en el régimen de alta densidad ocurren los atascos a la salida, que como ya vimos en la Figura 5.7 disminuyen el flujo peatonal y dificultan la evacuación. También notamos que los diagramas fundamentales de los sistemas puros egoístas con distinto  $N$  son similares entre si, reforzando el hecho de que la dinámica de estos sistemas es prácticamente independiente de la cantidad de peatones, como se vio también en la Figura 5.7, y en acuerdo con los trabajos [28, 34].

En los sistemas puros cooperativos, por su lado, la velocidad media de los peatones decrece más lentamente en el régimen de alta densidad, ya que el contacto físico es menor. Particularmente, en la Figura 5.8.b (correspondiente a los peatones agregados más cooperativos), vemos que la velocidad media aumenta incluso para densidades

<sup>1</sup>Notar que  $\rho$  toma valores discretos, ya que cada valor de  $\rho$  corresponde a una cantidad finita de peatones dentro del semicírculo de radio 1 m alrededor de la salida. De esta manera, la densidad media toma los valores  $\rho_n = 2n/\pi$ , siendo  $n = 0, 1, 2, \dots$  la cantidad de peatones dentro de la zona.

$> 1.5$  peatones/m<sup>2</sup>, hasta alcanzar el máximo en  $\rho \simeq 3.2$  peatones/m<sup>2</sup>, régimen en el cual los otros sistemas ya presentan una disminución en  $\langle \|\vec{v}\| \rangle$ . El motivo de esto puede entenderse a partir de la forma en que los peatones se acomodan en el espacio, tratando de evitar el contacto físico, cuando su fuerza de deseo es menor a la fuerza social. Cuando los peatones tienen una velocidad deseada pequeña, o fuerza social grande, buscan ordenarse en el espacio cuando la densidad peatonal es grande, para de esta forma no entrar en contacto físico (lo que equivale a superponerse parcialmente, en este modelo). En el caso ideal, los peatones logran ordenarse sin entrar en contacto unos con otros en un patrón hexagonal con densidad de empaquetamiento  $\phi = \pi/\sqrt{12}$  [88], lo cual representa  $\sim 4.62$  peatones/m<sup>2</sup> (para peatones circulares con  $R = 0.25$  m). Sin embargo, debido a la complejidad del sistema y la gran cantidad de interacciones involucradas en el movimiento de cada peatón, este ordenamiento ideal no es alcanzado<sup>2</sup> y la densidad máxima que alcanzan sin entrar en contacto es menor al valor ideal.

Por último nos enfocamos en los diagramas fundamentales de las mezclas. En ambos paneles de la Figura 5.8 podemos observar cómo el hecho de agregar agentes cooperativos, disminuye la reducción de la velocidad media al entrar en el régimen de alta densidad, encontrándose su diagrama fundamental entre el del sistema puro egoísta y el del sistema puro cooperativo. Esto, nuevamente, es consistente con la reducción en la probabilidad de atascos y aumento en el flujo de las mezclas, como vimos en la Figura 5.7.



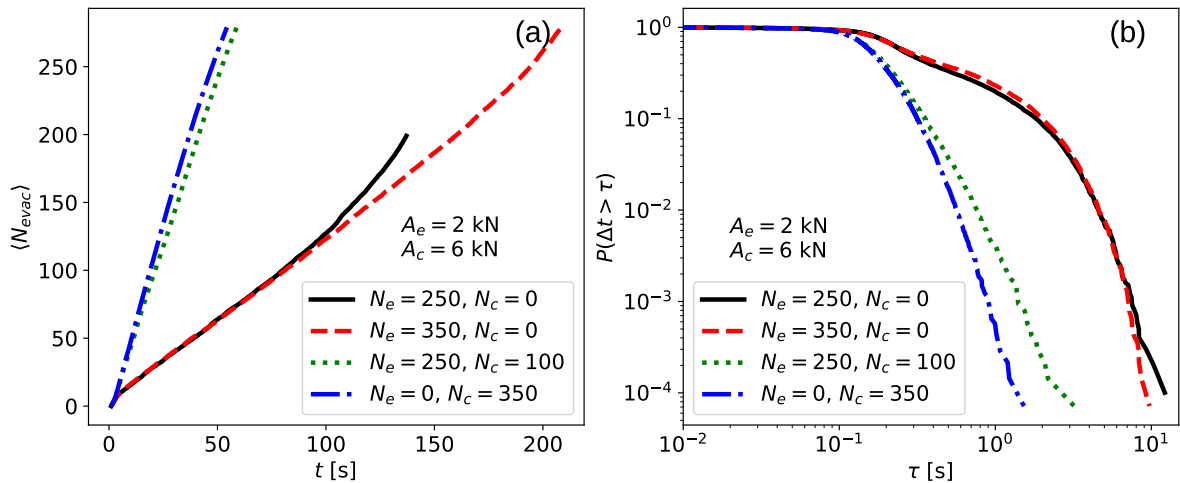
**Figura 5.8:** Velocidad media de los peatones cercanos a la puerta, en función de la densidad peatonal en la misma zona. Se ilustran sistemas puros egoístas, puros cooperativos, y mixtos ( $v_c^d < v_e^d$ ). (a)  $v_c^d = 1.5$  m/s. La población mixta tiene una velocidad media mayor a la población pura de egoístas, incluso para densidades altas. (b)  $v_c^d = 1$  m/s. Cuando los cooperadores tienen una menor velocidad deseada, la velocidad media de los peatones en la mezcla aumenta aun más para densidades altas.

Resulta interesante destacar que, si bien los peatones con menor  $v^d$  (en particular

<sup>2</sup>Por lo menos no es alcanzado con los valores de  $v_c^d$  estudiados.

$v^d = 1 \text{ m/s}$ ) tienen la voluntad de desplazarse hacia la salida a una velocidad más lenta, la ausencia de atascos característica del régimen Faster-is-Faster permite a los peatones moverse a una velocidad mayor que aquellos cuya voluntad es moverse más rápido (mayor  $v^d$ ) (en el régimen de alta densidad). Esto se observa claramente en la Figura 5.8.b, donde vemos que los peatones en el sistema puro con  $v^d = 1 \text{ m/s}$  (puro cooperativo) caminan con una velocidad considerablemente mayor a los peatones del sistema puro con  $v^d = 3 \text{ m/s}$  (puro egoísta), a pesar de estar “menos apurados”.

También se estudió el flujo y las funciones de supervivencia de los sistemas con cooperadores más prudentes que los egoístas ( $A_c > A_e$ ), ilustrados en la Figura 5.9. Al igual que el agregado de cooperadores menos ansiosos, vemos que el agregado de peatones más prudentes presenta un aumento en el flujo del sistema, asociado a la notable reducción de la probabilidad de atascos en la salida, aún mayor a la observada en la Figura 5.7.



**Figura 5.9:** (a) Cantidad media de peatones evacuados en función del tiempo, para sistemas puros de egoístas, puro de cooperadores, y mixto ( $A_c > A_e$ ). La mezcla tiene un flujo mayor al del sistema egoísta original, comparable al del sistema puro cooperativo. (b) Probabilidad de que el intervalo  $\Delta t$  entre la expulsión de dos peatones consecutivos sea mayor a  $\tau$ . El sistema mixto tiene una menor probabilidad de que ocurran intervalos largos, asociados a los atascos.

## 5.2. Evacuación de un pasillo

Hasta ahora vimos que el agregado de agentes de seguridad cooperativos a un sistema compuesto por egoístas permite mejorar el proceso de evacuación de una habitación cuadrada, cuando los egoístas imitan su comportamiento. En esta sección estudiaremos los mismos sistemas que en la Sección 4.2, es decir el agregado de cooperadores a una población egoísta en un pasillo de  $5 \text{ m} \times 180 \text{ m}$  ( $L \times H$ ), pero con la dinámica de imitación.

### 5.2.1. Peatones cooperativos menos ansiosos

En primer lugar se estudió el agregado de peatones cooperativos con  $v_c^d = 1$  m/s y  $A_c = A_e$  a un sistema con 250 peatones egoístas ( $v_e^d = 3$  m/s,  $A_e = 2000$  N). En la Figura 5.10.a podemos ver las curvas de  $T$  vs.  $N_a$  para los sistemas puro egoísta, puro cooperativo y la mezcla. Aquí notamos un efecto radicalmente diferente a lo observado en la habitación cuadrada y es que, a pesar de que el sistema puro cooperador tiene un tiempo de evacuación más grande que el sistema puro egoísta, la mezcla tiene un tiempo de evacuación mejor que cada uno de los sistemas puros. Más aún, vemos que la máxima reducción de tiempo ( $\sim 31\%$ ) se obtiene con una cantidad de cooperadores agregados mucho menor que en la habitación cuadrada. Esto se debe a que en la habitación cuadrada los peatones pueden dirigirse hacia la puerta desde cualquier dirección  $\theta \in [0, \pi]$ , mientras que en el pasillo estrecho las rutas se ven restringidas por la corta distancia entre las paredes. Debido a esto, hay una mayor probabilidad de que los peatones egoístas pasen dentro del radio de imitación de un cooperador, por lo que estos tienen un efecto más relevante<sup>3</sup>. Al igual que en la habitación cuadrada, se espera que el tiempo de evacuación del sistema mixto tienda al del sistema puro cooperativo para  $N_c$  grande, correspondiendo al límite de imitación total.

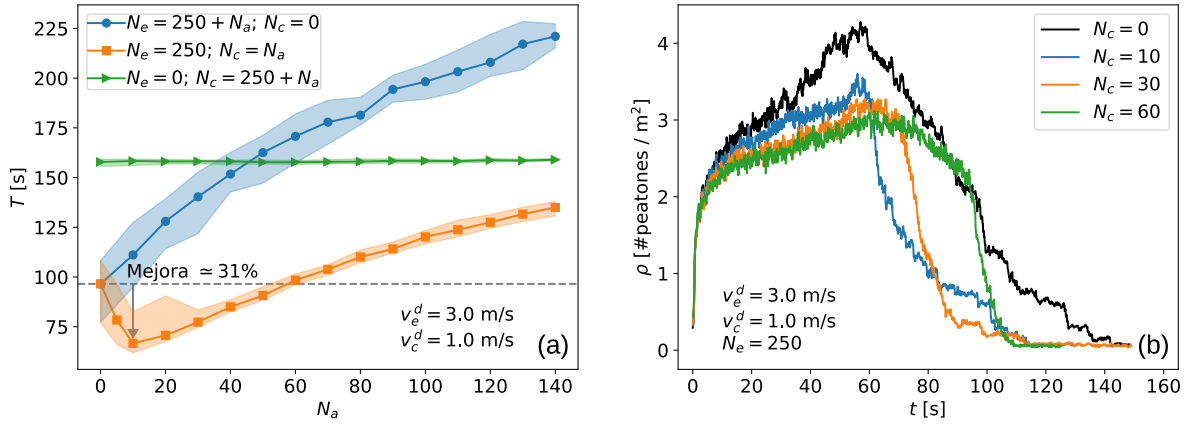
En la Figura 5.10.b vemos que, al igual que en la habitación cuadrada, el agregado de peatones cooperativos mejora no sólo el tiempo de evacuación, sino que también la densidad de peatones cercanos a la salida y por ende la seguridad de la evacuación. Sin embargo hay una diferencia, y es que, a pesar de que el tiempo de evacuación de la mezcla aumente respecto al mínimo para  $N_c > 10$ ,  $\langle \rho(t) \rangle$  sigue disminuyendo levemente. Esto sugiere que es posible orquestar una evacuación algo más lenta que el  $T$  óptimo, con el beneficio de tener una evacuación un poco más segura, cosa que no se observó en la evacuación de recintos cuadrados (Fig. 5.4).

Al igual que en la habitación cuadrada, se estudió el efecto de los agentes agregados sobre la dinámica de la evacuación. En la Figura 5.11.a podemos ver la cantidad media de peatones evacuados en función del tiempo para la mezcla con 250 egoístas y 10 cooperadores (es decir la del menor tiempo de evacuación), para el sistema puro de 260 cooperadores, el sistema puro de 260 egoístas, y el sistema puro de 250 egoístas (a modo de referencia).

La primera diferencia que notamos con la Figura 5.7.a es que el sistema puro cooperativo tiene menor flujo que el sistema puro egoísta, lo cual concuerda con el mayor tiempo de evacuación observado en la Figura 5.10. En segundo lugar, vemos que los sistemas puros egoístas tienen dos regímenes de flujo constante, el primero de ellos ( $0\text{s} < t \lesssim 30\text{s}$ ) correspondiente a un transitorio en el cual ocurre una cantidad menor

---

<sup>3</sup>El efecto de los cooperadores se maximiza cuando  $L \leq r_c$ , lo que resulta en la imposibilidad por parte de los egoístas de evitar a los cooperadores.

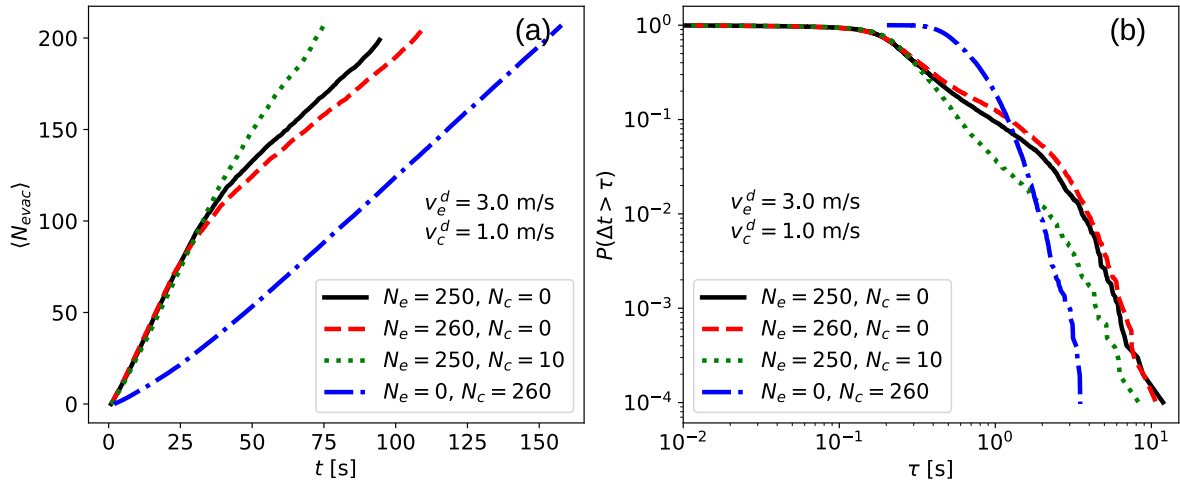


**Figura 5.10:** Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $v_c^d < v_e^d$ ), con imitación, en un pasillo. (a) Tiempo de evacuación para sistemas puros de egoístas, puros de cooperadores y mixtos. Los sistemas mixtos presentan una reducción de  $T$  cercana al 31% respecto al sistema egoísta original. Este mínimo se obtiene con un  $N_c$  mucho menor que en la habitación cuadrada (Fig. 5.1.c). (b) Densidad peatonal cercana a la puerta para sistemas mixtos con distinto  $N_c$ . Se observa una reducción de  $\rho$  respecto al sistema egoísta original, durante la formación del régimen de alta densidad.

de atascos, y el segundo correspondiente a una vez formada la zona de alta densidad peatonal cercana a la puerta. Finalmente vemos que la mezcla tiene un flujo igual al del primer régimen de los sistemas egoístas, a lo largo de toda la evacuación. Esto sugiere que el pequeño número de cooperadores agregados evita que se alcance el régimen de alta densidad peatonal cercana a la puerta, en donde ocurre una reducción del flujo a causa de los atascos.

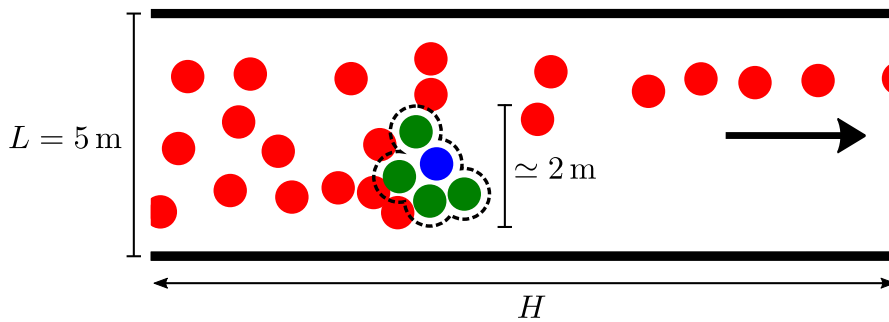
En la Figura 5.11.b se ilustran las funciones de supervivencia para los mismos sistemas que en la Figura 5.11.a y vemos que, al igual que en el caso de la habitación cuadrada, el agregado de peatones disminuye la probabilidad de que ocurran atascos a la salida, asociados a los  $\Delta t$  grandes y causa subyacente del efecto Faster-is-Slower. Esto concuerda con el único flujo aproximadamente constante en la evacuación de la mezcla, ya que al haber menor probabilidad de atasco no se alcanza a formar la zona de alta densidad observada en los sistemas egoístas.

Una particularidad de esta geometría de la habitación, no observada en la habitación cuadrada, es que el ancho reducido del pasillo permite a los peatones cooperadores con  $v_c^d < v_e^d$  cumplir un rol adicional, además de reducir la probabilidad de formación de atascos cerca de la salida. Lo que ocurre es que, debido a la corta distancia entre paredes, resulta muy difícil que un peatón egoísta adelante a uno cooperativo sin pasar dentro de su radio de imitación. Esto da lugar a la formación de *cluster lentos*, es decir formaciones de un cooperador junto a sus imitadores, que obstruyen parcialmente el pasillo, como se ve remarcado en la Figura 5.12. Estas formaciones representan un obstáculo de ancho comparable al del recinto ( $\simeq 2r_c = 2$  m), por lo que los peatones egoístas que vienen detrás pueden rodearlo, o quedarse demorados detrás del mismo.



**Figura 5.11:** (a) Cantidad media de peatones evacuados en función del tiempo, para sistemas puros de egoístas, puro de cooperadores, y mixto ( $v_c^d < v_e^d$ ). La mezcla tiene un flujo mayor al del sistema egoísta original, y también al del sistema puro cooperativo. (b) Probabilidad de que el intervalo  $\Delta t$  entre la expulsión de dos peatones consecutivos sea mayor a  $\tau$ . El sistema mixto tiene una menor probabilidad de que ocurran intervalos largos, asociados a los atascos.

De esta manera, lo que ocurre es no sólo una reducción en la densidad peatonal delante del cluster lento (Fig. 5.12), sino que además se ralentiza aún más la formación de la zona de alta densidad cercana a la puerta. Sin embargo, dado que los clusters lentos no obstruyen el paso de manera total, los egoístas que adelantan dichas formaciones llegan a la puerta rápidamente (con velocidad mayor a la del cluster), donde aún no está formada la aglomeración de alta densidad, y logran evacuar de manera segura, agilizando así la evacuación.



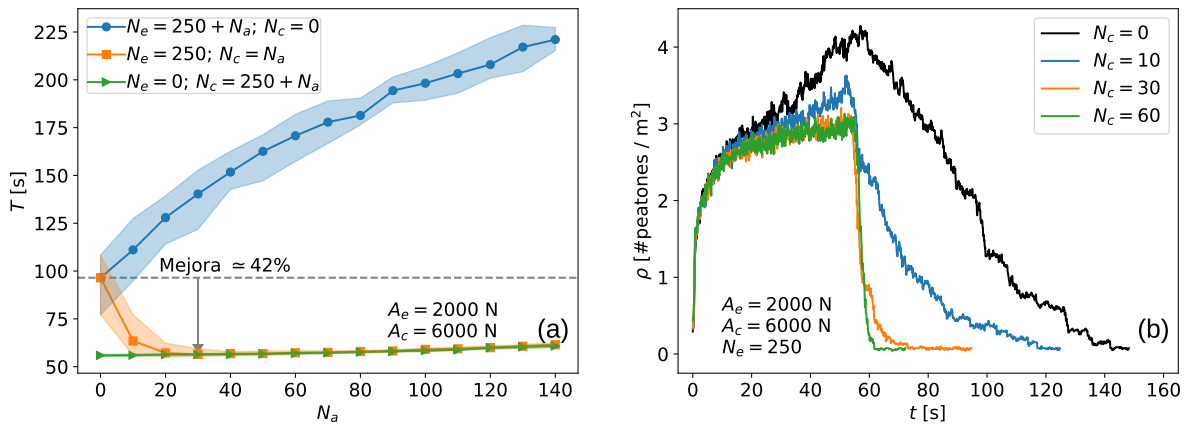
**Figura 5.12:** Segmento del pasillo durante una simulación (rotado con fines ilustrativos). Se puede ver como un cooperador, junto a los egoístas que lo imitan, forman un cluster lento que obstruye parcialmente el pasillo.

En resumen, los agentes cooperativos con  $v_c^d < v_e^d$  cumplen un doble rol en el caso del pasillo: por un lado reducen la probabilidad de que ocurran atascos y disminuyen  $\langle \rho(t) \rangle$  cerca de la puerta, pero a su vez reducen la densidad peatonal local a lo largo del pasillo, mejorando así la seguridad del transitorio a la vez que retrasan la formación de la zona de alta densidad en la salida.

Si bien en este trabajo nos enfocamos principalmente en el tiempo de evacuación y la seguridad en la zona cercana a la puerta, los clusters lentos encontrados y su influencia en el transitorio son un asunto relevante que amerita un trabajo propio. Esto es porque, en muchas ocasiones, las catástrofes no ocurren durante el egreso de un recinto, sino durante el traslado de grandes masas de peatones a través de espacios estrechos, como en el caso de la reciente tragedia ocurrida en Seúl [1].

### 5.2.2. Peatones cooperativos más prudentes

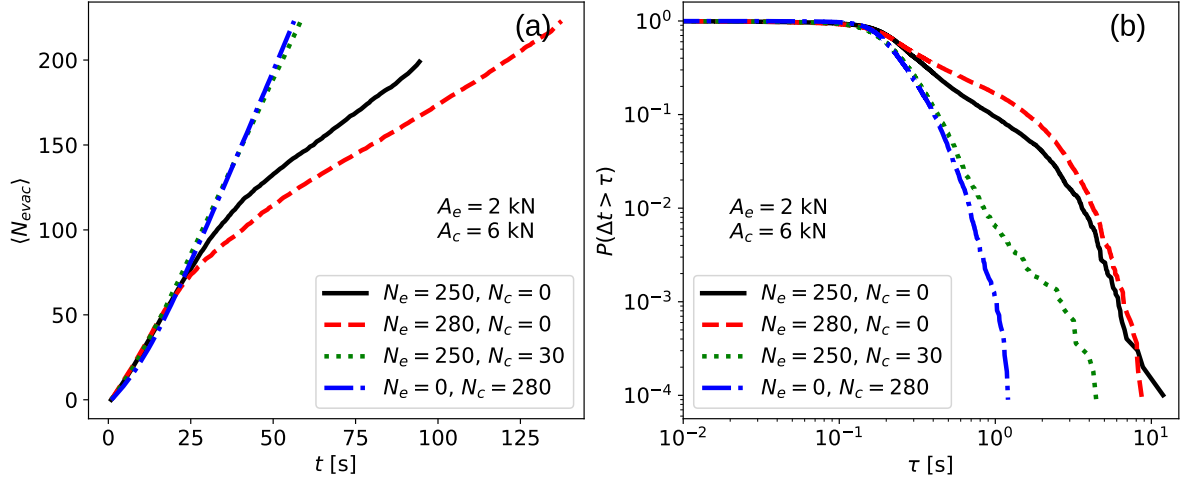
Habiendo visto el efecto que produce el agregado de cooperadores con  $v_c^d < v_e^d$ , pasamos a estudiar el efecto de agregar agentes cooperativos más prudentes que los egoístas, es decir con  $A_c > A_e$  ( $v_c^d = v_e^d$ ). En la Figura 5.13.a se observa el tiempo de evacuación para ambos sistemas puros y la mezcla, con distintos  $N_a$ , y en la Figura 5.13.b se ilustra  $\langle \rho(t) \rangle$  vs.  $t$ , para mezclas con distintas cantidades de cooperadores. Al igual que en el caso de cooperadores menos ansiosos que los egoístas, y al igual que en las evacuaciones de la habitación cuadrada, vemos que el agregado de estos agentes cooperativos mejora el tiempo de evacuación y disminuye la densidad peatonal cerca de la salida.



**Figura 5.13:** Tiempo de evacuación y densidad peatonal en poblaciones mixtas ( $A_c > A_e$ ), con imitación, en un pasillo. (a) Tiempo de evacuación para sistemas puros de egoístas, puros de cooperadores y mixtos. Los sistemas mixtos presentan una reducción de  $T$  cercana al 42% respecto al sistema egoísta original, con un  $N_c$  mucho menor que en la habitación cuadrada (Fig. 5.5.a). (b) Densidad peatonal cercana a la puerta para sistemas mixtos con distinto  $N_c$ . Se observa una reducción de  $\rho$  respecto al sistema egoísta original, durante la formación del régimen de alta densidad.

Finalmente, en la Figura 5.14 vemos que, al igual que agregando peatones cooperativos más lentos en el pasillo, el agregado de agentes de seguridad con  $A_c > A_e$  retrasa la formación del régimen de alta densidad (reflejado en el flujo constante de la Figura 5.14.a), y esto a su vez reduce la probabilidad de que ocurran atascos en la salida, lo cual es consistente con la mejora de  $T$  y la reducción de  $\langle \rho(t) \rangle$  cercano a la salida observados en la Figura 5.13.

A diferencia de los cooperadores con  $v_c^d < v_e^d$ , en este caso no ocurre el fenómeno de la formación de clusters, ya que los peatones cooperativos circulan por el pasillo a la misma velocidad que los egoístas, por lo que los peatones egoístas no se acercan a los cooperadores hasta alcanzar la región cercana a la puerta.



**Figura 5.14:** (a) Cantidad media de peatones evacuados en función del tiempo, para sistemas puros de egoístas, puro de cooperadores, y mixto ( $A_c > A_e$ ). La mezcla tiene un flujo mayor al del sistema egoísta original, comparable al del sistema puro cooperativo. (b) Probabilidad de que el intervalo  $\Delta t$  entre la expulsión de dos peatones consecutivos sea mayor a  $\tau$ . El sistema mixto tiene una menor probabilidad de que ocurran intervalos largos, asociados a los atascos.

Al igual que agregando cooperadores con  $v_c^d < v_e^d$  al sistema de egoístas en el pasillo, en la Figura 5.13.a vemos que el mínimo tiempo de evacuación se obtiene con una cantidad de peatones cooperativos considerablemente menor a las evacuaciones de la habitación cuadrada (Fig. 5.5.a). Esto confirma que la geometría del recinto juega un rol importante en la dinámica de la evacuación, que se ve principalmente en el menor número de agentes necesarios para mejorar la evacuación, y en la existencia de los clusters lentos para el caso en que  $v_c^d < v_e^d$ .



# Capítulo 6

## Problemas análogos en medios granulares

*“One good analogy is worth three hours discussion.”*

— Dudley Field Malone

En este capítulo se estudian sistemas de mezclas de medios granulares que presentan analogías importantes con los sistemas de flujo peatonal tratados en los capítulos anteriores. Ambos tipos de problemas pueden enmarcarse en el tema común de búsqueda de optimización de flujo mediante mezclas. Parte de los resultados de este capítulo fueron presentados en mi tesis de grado de Licenciatura en Física [66] y otros fueron obtenidos con posterioridad, como parte del trabajo de Maestría.

Hace ya muchos años que las técnicas de optimización del flujo de medios granulares a través de estrechamientos ocupa un lugar de alto interés en la física, principalmente por su relevancia en el sector industrial y particularmente en el desagote de silos. Si bien el fenómeno del flujo de medios granulares a través de grandes aberturas ya está estudiado e incluso modelado acorde a variantes de la ecuación empírica de Beverloo [60, 84], al tratar con orificios de tamaños más pequeños se manifiestan fenómenos no presentes en el problema anterior, como los atascos y la consecuente intermitencia del flujo.

Los atascos, producidos por la formación de arcos estables a la salida del silo (o bóvedas en sistemas tridimensionales) [56, 89], constituyen una situación aún no comprendida que complejiza de gran manera la dinámica de los granos fluyendo por aperturas de tamaño comparable al de los mismos. En trabajos anteriores se estudiaron diversos mecanismos para prevenir o desestabilizar estos arcos, siendo uno de los más notables la implementación de un silo vibrante [61, 62, 90]. Este método no solo disminuye la probabilidad de que se formen arcos estables, sino que a su vez contribuye a

desestabilizar los arcos que alcanzan a formarse.

La dinámica de los medios granulares fluyendo a través de un estrechamiento comparte muchas similitudes con la de grupos de peatones evacuando una habitación [26, 54, 55]. Como vimos en el Capítulo 5, y en distintos modelos de evacuación sin imitación [39, 46], el agregado de agentes con menor tendencia a producir atascos puede ayudar a mejorar el flujo del sistema total. Partiendo de esta idea y estudiando su analogía granular, se encontró que al añadir al sistema de silo vibrante granos de menor radio que los originales es posible aumentar el flujo efectivo del sistema [64]. En el mismo trabajo se realizó un análisis de la dependencia del flujo del sistema con el tamaño de los granos agregados, y se encontró que existe una relación de radios óptima ( $\frac{r_a}{r_o} = 0.4$ ) para la cual el flujo de granos originales duplica al flujo del sistema puro original, en sistemas con  $N = 250$  granos y proporción de mezcla  $\chi = \frac{N_a}{N} = 0.4$ .

En este Capítulo se estudian tres sistemas distintos: el flujo en un silo con cantidad total de granos constante y proporción de mezcla fija, el flujo en un silo con cantidad constante de granos originales y diferentes cantidades de granos agregados, y finalmente el tiempo de vaciado de un silo con cantidad constante de granos originales y distintas cantidades de granos agregados.

## 6.1. Modelo y simulaciones

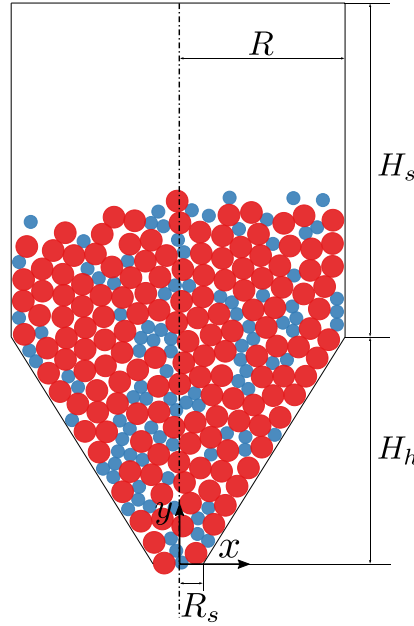
### 6.1.1. Sistema de estudio

En este trabajo se estudiaron estrategias para optimizar el flujo de un cierto tipo de granos que denominaremos *granos originales* a la salida de un silo, realizando mezclas con granos agregados con distintas propiedades. Los granos originales consisten en discos infinitamente rígidos de radio  $r_o = 6.5$  cm, densidad  $\rho_o = 1.0$  kg/m<sup>2</sup> y rozamiento  $\eta_o = 0.5$ , al igual que en el trabajo de la referencia [64]. Por otro lado, los granos agregados consisten en discos infinitamente rígidos de radio  $r_o/5 \leq r_a \leq r_o$ , densidad  $\rho_a = \rho_o$  y rozamiento  $\eta_o/25 \leq \eta_a \leq \eta_o$ . En un principio se trabajó con sistemas de  $N = 250$  granos totales para estar en el mismo régimen que el trabajo de la referencia [64], y luego esta cantidad fue variada en el rango  $250 \leq N \leq 650$ . Tanto los granos originales como los agregados cuentan con un coeficiente de restitución de 0.1, y coeficiente de rozamiento dinámico igual al estático.

De todos los parámetros arriba descritos, en este trabajo nos enfocamos particularmente en el coeficiente de rozamiento  $\eta_a$ , ya que nuestro objetivo central es estudiar el efecto de agregar a un sistema granos con menor rozamiento que los originales.

Como contenedor de los granos se consideró un silo bidimensional vertical de altura

total  $H_s + H_h = 636 \text{ cm}$ <sup>1</sup>, radio  $R = 100 \text{ cm}$ , radio de apertura  $R_s = 15 \text{ cm} \simeq 2.3r_o$  (tamaño comparable al de los granos originales de manera tal que se formen atascos, el régimen de interés), y altura de la tolva  $H_h = 136 \text{ cm}$  (Fig. 6.1). Las paredes del silo cuentan con un coeficiente de rozamiento  $\eta = \eta_o$  y coeficiente de restitución 0.5. Al tratarse de un silo vertical, la gravedad efectiva se mantuvo constante  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .



**Figura 6.1:** Esquema del sistema de estudio. En rojo los granos originales, y en azul los de la especie agregada.

Inicialmente los  $N$  granos son depositados dentro del silo en una posición aleatoria manteniendo el orificio inferior cerrado, y luego de un tiempo de espera éste es abierto para comenzar la descarga. En los estudios del flujo, cada grano expulsado del silo es reintroducido por la parte superior de manera tal que la cantidad de granos en el sistema se mantenga constante, simulando un silo en el cual la tasa de expulsión de granos es igual a la de producción (e inserción) de nuevos granos, o una columna lo suficientemente alta como para encontrarse en el régimen de Janssen [91]. En caso de formarse un atasco de duración  $\Delta t > 5 \text{ s}$ , es decir que ningún grano atraviese la apertura inferior en este intervalo de tiempo, los granos participantes del arco son removidos “manualmente” y reintroducidos por la parte superior del silo para reanudar el flujo.

Para implementar la vibración del silo, cada 0.1 s se le aplica a cada grano individualmente un impulso en dirección arbitraria uniformemente distribuida en el intervalo  $[0, 2\pi]$ , con un módulo uniformemente distribuido en el intervalo  $[0, 5 \times 10^{-5}] \text{ N s}$ . A la vez se le aplica globalmente un impulso a todos los granos con las mismas propiedades

<sup>1</sup>A excepción de algunos sistemas con  $N$  más grandes, en los cuales  $H_s$  se incrementó de 500 cm a 700 cm para que los granos no desborden del silo.

que las patadas individuales. Las características del ruido fueron elegidas arbitrariamente en acuerdo con el trabajo de la referencia [64] con el propósito de que no resulte lo suficientemente intenso como para prevenir por completo los atascos, ni lo suficientemente débil para que se presenten demasiados de éstos, ya que se dificultaría la definición correcta de un “flujo granular”.

En todos los estudios del flujo granular se simularon descargas de duración  $t_{\text{sim}} = 150$  s para contar con un número significativo de atascos y definir los flujos  $Q = \frac{\#\text{granos expulsados}}{t_{\text{sim}}}$  y  $\tilde{Q} = \frac{\#\text{granos originales expulsados}}{t_{\text{sim}}}$ , pero sin aumentar considerablemente el costo computacional de las simulaciones. En los estudios de vaciado del silo, las simulaciones se interrumpen de manera automática cuando no quedan granos en el interior del mismo. Para cada sistema estudiado, se realizaron 15 simulaciones con posiciones iniciales de los granos diferentes para contar con una estadística más representativa del mismo.

### 6.1.2. Simulaciones computacionales

Para implementar el método de elementos discretos se utilizó la librería `Box2D` [92], la cual consiste en una compilación de métodos y algoritmos para la resolución de colisiones, impactos, restricciones y determinar la evolución temporal de sistemas conformados por un número arbitrario de cuerpos rígidos, entre otras funciones. Si bien esta librería fue diseñada originalmente con el fin de proveer un motor de física realista para la creación de videojuegos [93], estos algoritmos fueron utilizados previamente con resultados satisfactorios en el estudio de sistemas con características similares a los nuestros [57–59, 94]. El código original fue desarrollado por Manuel Carlevaro para llevar a cabo las simulaciones en el trabajo de la referencia [64], y luego durante mi trabajo de licenciatura realicé unas variaciones sobre el mismo para que fuera compatible con la versión más reciente de `Box2D`, y adaptarlo a nuestros casos particulares de estudio.

Antes de cada paso temporal del Método de Elementos Discretos, `Box2D` realiza una cantidad determinada de iteraciones (20 en nuestro caso) de un método para resolver restricciones basado en multiplicadores de Lagrange, para garantizar que los granos (o granos y paredes) no se superpongan [95]. Este método permite calcular la fuerza resultante de cada contacto detectado en el sistema, considerando una aproximación al criterio de Coulomb para los coeficientes de rozamiento y restitución involucrados<sup>2</sup>, con el fin de evitar un acoplamiento en los multiplicadores de Lagrange correspondientes a las fuerzas normal y de rozamiento, que aumentaría de gran manera el costo computacional necesario para resolver estas restricciones.

Finalmente, utilizando un algoritmo de Euler simpléctico debido a su estabilidad y

---

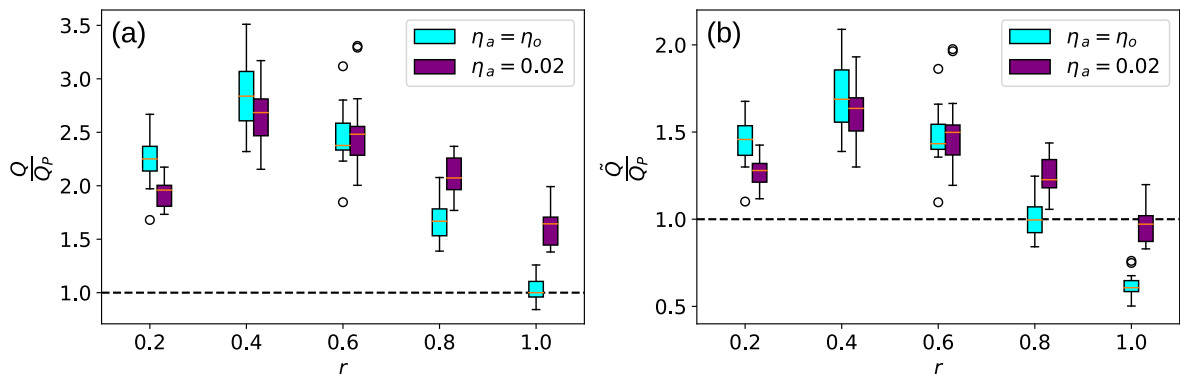
<sup>2</sup>El rozamiento entre dos granos (o grano y pared) con coeficientes de rozamiento  $\eta_1$  y  $\eta_2$  está dado por la media geométrica  $\sqrt{\eta_1 \eta_2}$ .

propiedad conservativa de la energía (similar al algoritmo de Verlet) [96], se integran las ecuaciones de movimiento resultantes de las fuerzas de contacto para determinar la evolución temporal del sistema.

A lo largo del trabajo se utilizó un paso temporal de  $dt = 1$  ms para resolver las ecuaciones de movimiento del sistema, ya que para pasos más chicos los resultados son prácticamente iguales y disminuirlo aún más significa un alto costo de cómputo.

## 6.2. Estudio del flujo con $N$ constante

En primer lugar se estudió el flujo de granos originales en sistemas con  $N = 250$  granos, y proporción de mezcla  $\chi = 0.4$ . Este fue el caso de estudio a lo largo de mi trabajo de licenciatura [66]. Para esto se simularon descargas de duración  $t_{\text{sim}} = 150$  s, reinsertando los granos expulsados. En la Figura 6.2.a se ilustra el flujo total normalizado por  $Q_P \simeq 1.646 \text{ s}^{-1}$  (el flujo de un sistema puro de 250 granos originales), en función del cociente de radios  $r (= r_a/r_o)$ , para dos sistemas distintos. Cada caja representa la distribución del flujo sobre todas las realizaciones, siendo la zona coloreada el rango intercuartil, la línea naranja la mediana, y los bigotes el rango de la distribución<sup>3</sup>. En celeste se ilustran las mezclas con granos agregados con  $\eta_a = \eta_o$ , las cuales corresponden a los sistemas estudiados en el trabajo de referencia [64], y en violeta se ilustran las mezclas con granos agregados con  $\eta_a \ll \eta_o$ . El coeficiente de rozamiento elegido para los granos agregados se corresponde aproximadamente con el del hidrogel, material que fue estudiado de forma experimental en el contexto del flujo de medios granulares heterogéneos y atascos en silos [98]. En la Figura 6.2.b, se ilustra el flujo de granos originales normalizado por  $Q_P$ , en función de  $r$ , para estas mismas mezclas.



**Figura 6.2:** Flujo total (a) y de granos originales (b) en función de  $r$ , para sistemas con  $\eta_a = \eta_o = 0.5$  y  $\eta_a = 0.02$ . Ambos flujos alcanzan un máximo para  $r = 0.4$ . El flujo de granos originales en la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = 0.02$  supera tanto al de  $Q_P$  como al de la otra mezcla (la cual no supera  $Q_P$ ).

<sup>3</sup>Los valores de la distribución interpretados como pertenecientes al rango son aquellos que están comprendidos en el intervalo  $[Q1 - 1.5 \text{ RIQ}, Q3 + 1.5 \text{ RIQ}]$ , según el criterio de [97].

En primer lugar, vamos a enfocarnos en las mezclas con  $\eta_a = \eta_o$  (representadas en color celeste), que corresponden a las estudiadas en el trabajo [64]. En la Figura 6.2.a correspondiente a  $Q$  (flujo total del sistema), se puede ver como en el límite  $r \rightarrow 1$  se recupera  $Q_P$  (flujo del sistema puro original) lo cual tiene sentido considerando que los granos agregados son indistinguibles de los granos originales. Sin embargo, en la Figura 6.2.b correspondiente a  $\tilde{Q}$  (flujo de los granos originales del sistema), el flujo tiende a  $(1 - \chi) Q_P = 0.6Q_P$ , cuando  $r \rightarrow 1$ . Esto se debe a que el sistema en cuestión es idéntico al original puro, de flujo  $Q_P$ , pero el 40% de los granos son agregados por lo que no son tenidos en cuenta en  $\tilde{Q}$ . En ambos casos se puede ver cómo alrededor de  $r = 0.4$  se encuentra un máximo de flujo tanto del sistema total como de los granos originales, lo cual concuerda con el resultado central reportado en [64].

La existencia de este máximo se debe a que los granos agregados en las mezclas con  $0.4 < r < 1$  disminuyen cada vez más la probabilidad de que se formen arcos estables a medida que  $r$  se hace más chico. Sin embargo, para las mezclas con  $r < 0.4$ , la especie agregada interactúa cada vez menos con los granos originales, por lo que la dinámica de atascos queda regida por estos últimos (y por ende  $\tilde{Q} \rightarrow Q_P$  cuando  $r \rightarrow 0$ )<sup>4</sup> [64]. El límite  $r \rightarrow 0$  es un resultado teórico que no puede ser reproducido en nuestras simulaciones ya que Box2D presenta importantes inestabilidades numéricas al tratar con objetos de tamaños muy diferentes [95], pero aún así en la Fig. 6.2.b se observa una tendencia en esa dirección.

Es interesante notar en la Fig. 6.2.b que, si bien para las mezclas con  $r \geq 0.8$  el flujo de granos originales aumenta respecto a la mezcla con  $r = 1$ , éste sigue siendo menor a  $Q_P$ . Esto se debe a que si bien los granos agregados disminuyen la probabilidad de formar arcos estables a medida que se achica  $r$ , esto no es suficiente para compensar la disminución de  $\tilde{Q}$  a causa del tiempo de evacuación que ocupan en  $t_{\text{sim}}$ .

Pasemos ahora a las mezclas con granos agregados de menor tamaño y rozamiento, representadas en color violeta. En la Figura 6.2 se observa cómo, para mezclas con  $r \geq 0.8$  y  $\eta_a = 0.02$ , el flujo del sistema total y de granos originales aumenta respecto al flujo de las mezclas con  $\eta_a = \eta_o$ . Si miramos la Figura 6.2.b, se puede ver que en particular para la mezcla con  $r = 0.8$ , en el sistema con  $\eta_a = 0.02$ , el flujo de los granos originales es mayor que  $Q_P$  a diferencia del sistema con  $\eta_a = \eta_o$  en el cual  $\tilde{Q}$  solamente alcanza a igualar  $Q_P$ .

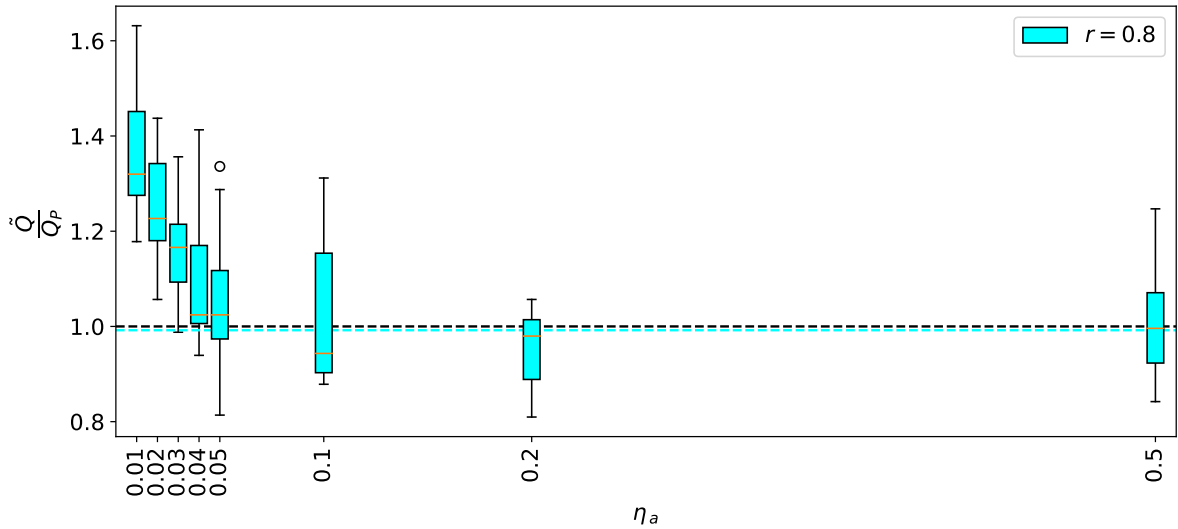
Este sistema, es decir la mezcla de  $N = 250$  con  $r = 0.8$ ,  $\eta_a = 0.02$  y  $\chi = 0.4$ , confirma la hipótesis de que es posible mejorar el flujo del sistema mediante la adición de granos con menor radio y rozamiento (en comparación a la adición de granos con menor radio y mismo rozamiento, sistema de estudio del trabajo [64]). Más aún, este

<sup>4</sup>Esta afirmación solo es válida en el régimen de Janssen. En dicho caso, la dinámica de 250 granos originales (sistema puro original) es la misma que la de 150 granos originales (+ 100 granos agregados con  $r_a \rightarrow 0$ ), debido a la independencia de la presión en la base con la altura de la columna [91].

sistema evidencia que es posible superar el flujo del sistema puro de esta manera, en condiciones que el sistema con  $\eta_a = \eta_o$  no lo hace.

Para entender más en detalle cuál es el efecto de reducir el rozamiento de los granos agregados, se estudió el flujo de la mezcla con  $r = 0.8$ , para distintos valores de  $\eta_a$ .

En la Figura 6.3 se observa el flujo de granos originales en las mezclas arriba mencionadas, en función de  $\eta_a$ . Al igual que en la Figura 6.2.b, la línea horizontal negra indica  $\tilde{Q} = Q_P$ . Además, la línea punteada celeste corresponde al valor de la mediana de la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = \eta_o$  normalizada por  $Q_P$ , es decir la caja celeste con  $r = 0.8$  de la Figura 6.2.b. En la Fig. 6.3 se ve cómo para  $\eta_a \gtrsim 0.05$ ,  $\tilde{Q}$  alcanza un valor estacionario que corresponde al flujo de granos originales en la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = \eta_o$ . Para  $\eta_a < 0.05$ , y a medida que disminuye, el flujo aumenta de forma monótona superando al flujo del sistema con granos agregados de rozamiento igual a los originales, y en particular aumenta cada vez más respecto al flujo del sistema puro original.

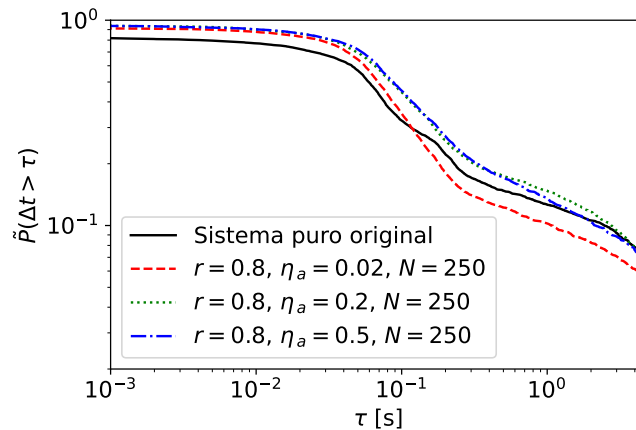


**Figura 6.3:** Flujo de granos originales para la mezcla con  $r = 0.8$ , en función de  $\eta_a$ . El flujo decrece monótonamente para  $\eta_a \lesssim 0.05$ .

Habiendo visto que los granos de menor radio y rozamiento permiten mejorar el flujo de la especie original, nos preguntamos cuál es el motivo detrás de este efecto. Para este propósito se estudiaron las funciones de supervivencia  $\tilde{P}(\tau)$  de los intervalos  $\Delta t$  entre la expulsión de dos granos originales consecutivos, calculadas como se detalla en el Apéndice A, considerando solamente los tiempos de expulsión de granos originales. Notar que entre la expulsión de dos granos originales pueden ser expulsados uno o más granos de tipo agregado, pero estos no son considerados para el cálculo de la  $\tilde{P}$ . Un aspecto a considerar es que las funciones de supervivencia teóricamente deberían tender

a 1 en  $\tau = 0$ , es decir  $\tilde{P}(\Delta t > 0 \text{ s}) = 1$ , sin embargo esto no se refleja en nuestras simulaciones granulares debido a la discretitud del paso temporal. Esto causa que todas las parejas de granos originales para las cuales transcurra un  $\Delta t < dt$  entre su expulsión sean interpretadas como  $\Delta t = 0$ , lo cual produce una discontinuidad al comienzo de las funciones  $\tilde{P}(\tau)$ . También hay que tener en cuenta que, dado que los atascos de duración  $\Delta t \geq 5 \text{ s}$  son removidos manualmente, en las funciones de supervivencia de estos sistemas vamos a ver que  $\tilde{P}(\Delta t > 5 \text{ s}) = 0$ .

En la Figura 6.4 se ilustran las funciones de supervivencia para tres sistemas distintos: la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = \eta_o$  (azul), la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = 0.2$  (verde) y la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = 0.02$  (rojo). A modo de referencia, se ilustra en negro la función de supervivencia del sistema puro original. Lo primero que notamos es que la función de supervivencia de la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = 0.2$  es muy similar a la de la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = \eta_o (= 0.5)$ , es decir que su dinámica y probabilidad de atascos ( $\tau$  grandes) es prácticamente indistinguible. Esto concuerda con lo observado en la Figura 6.3, donde vemos que el flujo de ambas mezclas es muy similar. Si nos concentramos ahora en la mezcla con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = 0.02$ , vemos que esta tiene una probabilidad de que ocurran intervalos largos de tiempo entre la expulsión de dos granos originales consecutivos menor que las demás mezclas. En particular, vemos que esta mezcla presenta una probabilidad de que ocurran intervalos  $\Delta t \gtrsim 10^{-1} \text{ s}$  menor que el sistema puro original (y en particular atascos), lo cual es consistente con la mejora de flujo observada en las Figuras 6.2.b y 6.3, con respecto al sistema puro original y también a las mezclas con mayor  $\eta_a$ .



**Figura 6.4:** Funciones de supervivencia para mezclas con  $r = 0.8$  y distintos  $\eta_a$ . A modo de referencia se ilustra la función de supervivencia del sistema puro original. La mezcla con  $\eta_a = 0.02$  tiene una menor probabilidad de que ocurran atascos.

Lo más llamativo de este resultado es que, si bien los granos originales se encuentran en menor proporción en el sistema, su flujo aumenta notablemente al agregar granos de menor radio y rozamiento. Además de esto, es difícil pasar por alto las similitudes entre este sistema compuesto por granos de distintas especies, con las evacuaciones



estudiadas en el Capítulo 5. Tanto el agregado de granos con menor radio y rozamiento al silo, como el agregado de agentes más cooperativos a la habitación, son capaces de reducir la probabilidad de atascos en el sistema, aumentando así el flujo. Más aún, el efecto aumenta cuanto más pequeño es  $\eta_a$  para los granos, o cuanto más cooperadores son los peatones.

Sin embargo, el sistema granular que estudiamos en esta Sección tiene la característica de que la proporción de mezcla es constante ( $\chi = 0.4$ ), y los parámetros de estudio son el radio y rozamiento de los granos agregados. Esto es análogo a estudiar una evacuación peatonal con 250 egoístas y  $N_c$  peatones cooperativos, con  $N_c$  fijo, y estudiar solamente el efecto de variar  $v_c^d$  o  $A_c$ . Para analizar la analogía entre los medios granulares y sistemas peatonales con más detalle, se estudió el efecto de los granos agregados con menor radio y rozamiento, al introducir diferentes cantidades al sistema.

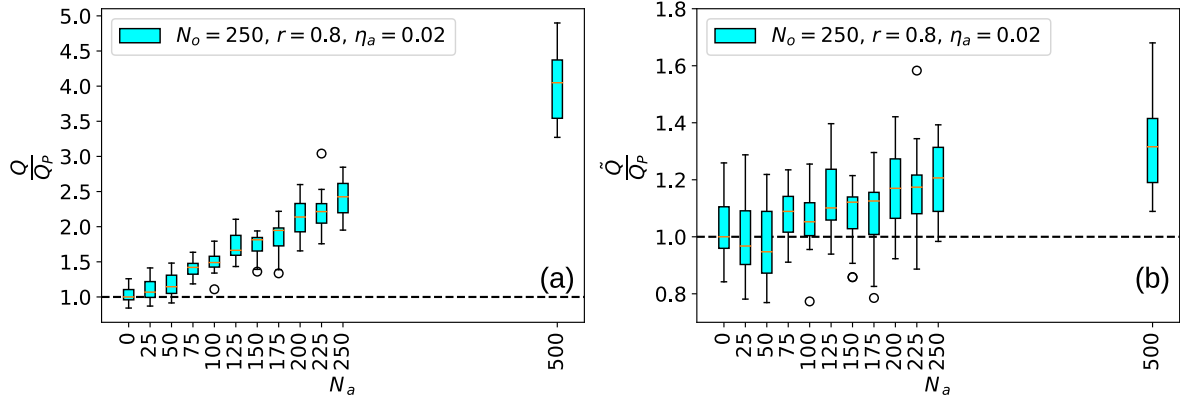
### 6.3. Estudio del flujo con $N_o$ constante

En esta Sección se estudia el flujo del sistema, y en particular de los granos originales, para mezclas con  $r = 0.8$  y  $\eta_a$ . Al igual que en la Sección 6.2, se simuló descargas de duración  $t_{\text{sim}} = 150$  s con reinserción de los granos expulsados. La diferencia en este caso es que, en lugar de estudiar sistemas con 250 granos y proporción de mezcla  $\chi = 0.4$  (como en el trabajo de referencia [64] y mi tesis de licenciatura [66]), se estudiaron sistemas con 250 granos originales y distintas cantidades  $N_a$  de granos agregados, por lo que la proporción de mezcla no se mantiene constante.

En la Figura 6.5.a se observa el flujo total normalizado por  $Q_P$  para mezclas con 250 granos originales, cociente de radios  $r = 0.8$  y distintas cantidades  $N_a$  de granos agregados con  $\eta_a = 0.02$ , en función de  $N_a$ . Considerando que el flujo de un sistema puro con granos de rozamiento  $\eta = 0.02$  es mucho mayor al del sistema puro original [66], es de esperar que el flujo total del sistema aumente monótonamente, y tienda al flujo del sistema puro con menor rozamiento cuando  $N_a \rightarrow \infty$ . Esto se debe a que los granos originales estarían diluïdos en un medio compuesto casi exclusivamente por granos agregados (de menor rozamiento), por lo que el flujo del sistema coincidirá con el de este nuevo sistema cuasi-puro.

La Figura 6.5.b presenta el flujo de granos originales normalizado por  $Q_P$  para las mismas mezclas estudiadas en la Figura 6.5.a, en función de la cantidad de granos agregados. Al igual que el flujo total, vemos que el flujo de granos originales crece al agregar granos de menor radio y rozamiento, superando al flujo del sistema puro original, y la tendencia creciente se mantiene incluso para proporciones de mezcla muy grandes. A diferencia del flujo total del sistema, el flujo de granos originales debe tender a 0 cuando  $N_a \rightarrow \infty$ , ya que la proporción de estos en el sistema tiende a 0. Sin embargo, en la Figura 6.5.b no se observa un máximo de  $\tilde{Q}$ , ni mucho menos que

disminuya con el aumento de  $N_a$ . Esto puede deberse a que, si bien la proporción de granos agregados es mayor a la de granos originales, la reducción en la probabilidad de atascos tiene un impacto más grande sobre  $\tilde{Q}$  que el tiempo de salida que ocupan los granos agregados en la duración de la simulación.



**Figura 6.5:** Flujo total (a) y de granos originales (b) en función de  $N_a$  ( $N_o = 250$ ), para sistemas con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = 0.02$ . En ambos casos el flujo aumenta, y en particular el flujo de granos originales supera a  $Q_P$ . No se alcanza el máximo de  $\tilde{Q}$  dentro de los valores de  $N_a$  estudiados.

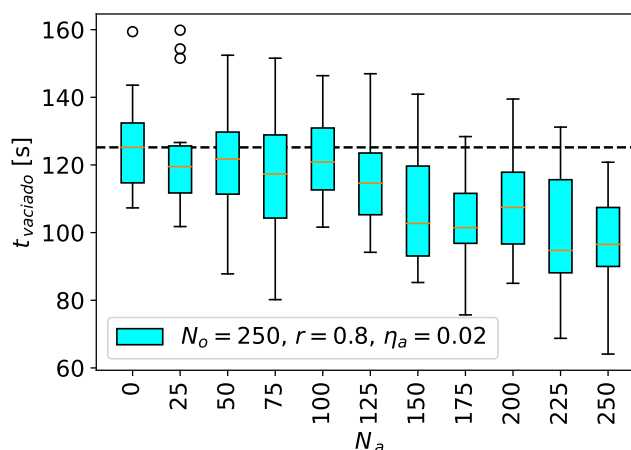
## 6.4. Estudio del tiempo de vaciado del silo

Ya vimos que el agregado de granos con menor radio y rozamiento permite mejorar el flujo de granos originales aun más que la estrategia propuesta en [64], donde se estudió el efecto de agregar granos con menor radio e igual rozamiento, y en particular vimos que esta estrategia funciona para un amplio rango de proporciones de mezcla. Finalmente, se estudió la posibilidad de mejorar el tiempo de vaciado de un silo con 250 granos originales, agregando al sistema distintas cantidades de granos con  $r_a = 0.8r_o$  y  $\eta_a = 0.02$ . Podemos notar que este problema es directamente análogo al estudiado en los Capítulos 4 y 5.

En la Figura 6.6 se ilustra el tiempo que demora en vaciarse el silo para sistemas con 250 granos originales y  $N_a$  granos agregados, en función de  $N_a$ . Podemos ver cómo, incluso con un 50% de granos agregados en el sistema, el tiempo de vaciado es menor que el del sistema puro original. Este resultado es particularmente interesante, e incluso más visual que los obtenidos en las Secciones 6.2 y 6.3, debido a que vemos una cantidad mayor de granos (alcanzando el doble de granos que el sistema puro original) saliendo más rápido del silo que un subgrupo de estos, es decir solamente los granos originales.

Similar a lo comentado respecto a la Figura 6.5.b, en este caso es de esperar que el tiempo de vaciado del silo tienda a infinito cuando  $N_a \rightarrow \infty$ , pero vemos que, hasta los valores de  $N_a$  estudiados, el tiempo disminuye monótonamente. El motivo puede ser similar al que se discutió en la Sección 6.3, ya que la desestabilización de arcos a causa

de los granos agregados tiene un impacto más grande sobre el tiempo de vaciado, que el tiempo adicional que requieren estos para ser expulsados.



**Figura 6.6:** Tiempo de vaciado del silo para mezclas con  $r = 0.8$  y  $\eta_a = 0.02$ , en función de  $N_a$  ( $N_o = 250$ ). Se ve como el tiempo de vaciado del silo disminuye monótonamente al agregar granos de menor radio y rozamiento. No se alcanza el mínimo de  $t_{\text{vaciado}}$  dentro de los valores de  $N_a$  estudiados.

Es directo encontrar similitudes entre los resultados obtenidos a lo largo de este Capítulo con respecto a los medios granulares, y los resultados del Capítulo 5 respecto a las evacuaciones peatonales. En ambos casos vimos que agregando al sistema una especie con menor tendencia a producir atascos (ya sea peatones cooperativos o granos de menor radio y rozamiento) se obtiene una reducción en la probabilidad de que ocurran atascos en las mezclas, respecto a los sistemas puros. Este efecto está estrechamente ligado a un aumento de flujo del sistema, y en particular de granos originales en el caso del silo, y a su vez esta mejora es suficiente para que un sistema con mayor cantidad de agentes (peatones o granos) pueda vaciar el recinto de manera más veloz que los sistemas puros, con menor número de agentes.

Esto nos permite concluir que nuestra estrategia es robusta, no solo dentro de un tipo de sistemas en particular, sino que resulta funcional para una familia de sistemas que comparten similitudes fundamentales en la dinámica [46, 99], en nuestro caso peatones y medios granulares.



# Capítulo 7

## Conclusiones

*“Pack the right skills and the right attitude, and you won’t need much else.”*

— Bear Grills

En este trabajo nos enfocamos en el estudio de la dinámica de evacuación de poblaciones con actitudes mixtas, haciendo énfasis en el efecto de la imitación de actitudes cooperativas. Para esto se implementó una variante original del Modelo de Fuerza Social, y se estudió la dinámica de evacuaciones con distintas características, desde la composición de la población hasta la geometría del recinto a evacuar.

En primer lugar se reprodujo el efecto Faster-is-Slower, resultado conocido de la literatura para poblaciones homogéneas que describe un incremento en el tiempo de evacuación para poblaciones con altos niveles de ansiedad. Se introdujo además el efecto Incautious-is-Slower como una analogía, siendo en este caso la imprudencia de los peatones la causa del incremento del tiempo de evacuación. Se estudió la dependencia del efecto Faster-is-Slower con las dimensiones de la habitación y de la puerta, y se encontró que estos parámetros juegan un rol central en la magnitud del efecto.

Basándonos en los resultados de dos trabajos previos con distintos modelos sin imitación de actitudes cooperativas [39, 46], en los cuales se concluyó que agregando una pequeña cantidad de peatones cooperativos podía reducirse levemente el tiempo de evacuación, estudiamos la evacuación de poblaciones mixtas en nuestro modelo. Vimos que, ya sea en una habitación cuadrada o en un pasillo largo y angosto, el simple hecho de agregar peatones cooperativos no produce una mejora en el tiempo de evacuación, ni tampoco en la seguridad de la misma, asociada a una reducción en la densidad peatonal cercana a la puerta. Sin embargo, se encontró que para un sistema con cantidad fija de peatones, el tiempo de evacuación mejora cuanto más grande es la proporción de peatones cooperativos en el mismo. Este resultado es interesante de por sí, ya que deja

en evidencia que si las personas mantienen la calma, pueden reducir el tiempo de la evacuación.

Hay varios motivos por los cuales el Modelo de Fuerza Social sin imitación no recrea los resultados de los modelos basados en agentes y autómatas celulares. La causa principal de esta diferencia puede tener relación con que cada uno de los modelos tiene sus propias características y aproximaciones. Por ejemplo, el autómata celular de [46] se caracteriza por simular una dinámica en espacio discreto. Por el lado del modelo basado en agentes [39], cuando dos peatones quieren moverse al mismo lugar deciden “en conjunto” quien procede y quien aguarda quieto, evitando así el contacto físico. En particular, una característica del Modelo de Fuerza Social con poblaciones heterogéneas es que la fuerza social no necesariamente cumple el principio de acción y reacción, por lo que, aunque un peatón cooperativo quiera alejarse de su vecino egoísta, éste podría rápidamente apretarse contra él forzándolo a involucrarse en una situación de contacto físico.

Luego se estudió el problema central del trabajo, es decir las evacuaciones de poblaciones mixtas en las cuales los peatones egoístas se calman en presencia de un peatón cooperativo (dinámica de imitación). En este caso los peatones cooperativos pueden representar agentes de seguridad, o más interesante aún, pueden representar peatones instruidos que logran mantener la calma y contagiársela a sus vecinos cercanos, en un caso hipotético en el cual las personas son enseñadas desde pequeñas respecto a cómo actuar en situaciones donde existe el riesgo de una potencial estampida peatonal.

En el caso de las evacuaciones en habitaciones cuadradas, se encontró que agregar peatones cooperativos a un sistema puro de egoístas reduce considerablemente el tiempo de evacuación, además de la densidad peatonal cerca de la salida. Lo más llamativo de este resultado es que el tiempo de evacuación de una población mixta es menor que el de una población más chica, correspondiente a solamente los peatones egoístas. Esta importante mejora se encontró tanto agregando peatones cooperativos menos ansiosos, como peatones más prudentes, lo cual refuerza el hecho de que la cooperatividad en general permite mejorar el tiempo y seguridad de una evacuación.

En el caso de las evacuaciones en un pasillo, se vio que la estrategia de agregar peatones cooperativos al sistema también funciona, e incluso que se necesita una cantidad de peatones agregados mucho menor que en la habitación cuadrada para obtener reducciones de tiempo considerables. Sumado a esto, cuando los peatones cooperativos tienen un apuro por evacuar menor que los egoístas, la naturaleza angosta del pasillo induce la formación de “clusters lentos” conformados por cooperadores e imitadores. Estas estructuras móviles retrasan la formación de la aglomeración de alta densidad en la salida, y además reducen la densidad local a lo largo del pasillo. Esto muestra que, si bien la estrategia de agregar peatones cooperativos con dinámica de imitación es

robusta respecto a la geometría del recinto, esta última juega un rol importante sobre la dinámica de las evacuaciones.

Para comprender el mecanismo mediante el cual los peatones cooperativos logran mejorar las condiciones de la evacuación, estudiamos cómo afecta su presencia a la dinámica cerca de la puerta. Encontramos que su presencia entre la multitud reduce la probabilidad de que ocurran intervalos de tiempo largos entre la evacuación de dos peatones consecutivos, que se asocia a una reducción en la probabilidad de formar atascos en la salida. A su vez, este efecto trae consigo una mejora en el flujo peatonal, y vimos que, incluso para densidades peatonales altas, las personas tienen una velocidad media mayor que en el sistema puro de egoístas. Todos estos efectos son consistentes con la reducción en el tiempo de evacuación.

Finalmente, se realizaron estudios de flujo de medios granulares en un silo bidimensional con apertura pequeña. Estos sistemas tienen la característica de que presentan analogías con las evacuaciones peatonales. En particular se estudió el flujo de mezclas heterogéneas con granos agregados de menor radio y rozamiento.

Se estudiaron dos sistemas con reinsertión de granos para analizar el flujo del sistema y de los granos originales. El resultado central de mi tesis de licenciatura [66] muestra que es posible aumentar el flujo de granos originales, agregando al sistema granos con menor radio y rozamiento. En este trabajo se vio que este resultado es robusto para diferentes proporciones de mezcla, incluso cuando hay una cantidad de granos agregados mayor a la cantidad de granos originales. Finalmente estudiamos el tiempo de vaciado de un silo con una determinada cantidad de granos originales, en función de la cantidad de granos con menor radio y rozamiento agregados (notar que este problema es análogo a la evacuación de poblaciones mixtas). Se encontró que, incluso con una cantidad grande de granos agregados, el tiempo de vaciado del silo es menor que el del sistema puro original.

Vimos que el efecto de estos granos agregados es muy similar al de los peatones cooperativos agregados en los procesos de evacuación, en el sentido de que reducen la probabilidad de que ocurran atascos en la salida, lo cual implica un aumento en el flujo. Esto refuerza en hecho ya sabido de que los medios granulares y los sistemas peatonales, en particular en el régimen de alta densidad, comparten muchas similitudes en su dinámica.

## 7.1. Reflexión final

Nuestros resultados revelan la importancia de la cooperatividad durante las evacuaciones peatonales, y en particular los potenciales beneficios de lograr que esta actitud se propague, aunque sea de manera localizada. Si bien la actitud instintiva durante una

evacuación peligrosa es el pánico, creemos que merece la pena educar a las personas acerca de la importancia de mantener la calma y, más aún, esforzarse por contagiar esta actitud a las personas cercanas. De esta manera se podría contrarrestar el surgimiento del pánico y los peligros que eso conlleva, y además producir un impacto positivo, ya que nuestros resultados sugieren que, incluso con una cantidad pequeña de peatones calmados y con la capacidad de calmar a otros pocos, se puede obtener una reducción en el riesgo de la evacuación.

Es interesante notar que, muchas veces, los protocolos de seguridad para diferentes situaciones requieren a las personas comportarse de manera anti-intuitiva o anti-instintiva, motivo por el cual es de alta importancia educar a las personas respecto a los beneficios de seguir los mismos. Un ejemplo de esto es la manera de actuar en caso de despresurización en la cabina de un avión, donde se indica a los adultos que se coloquen su mascarilla antes de asistir a sus hijos (yendo en contra del instinto de un padre). Otro ejemplo es la manera de actuar al encontrarse con un oso grizzly, ya que si bien la reacción instintiva podría ser correr lo más rápido posible, las indicaciones de los parques nacionales sugieren que lo más seguro es hacerse el muerto.

Considerando que la mayoría de las personas escuchó alguna vez acerca de estos protocolos y sabrían como actuar en dichas situaciones extremas, podemos preguntarnos: ¿Cuántas veces en nuestras vidas nos encontramos cara a cara con un oso? ¿Cuántas veces estuvimos en un vuelo que sufriera desperfectos técnicos?. Para la mayoría de las personas, probablemente la respuesta sea nunca. Esto no significa que no debemos estar preparados para estas situaciones, pero nos hace reflexionar respecto a un punto. Casi todos fuimos a un establecimiento bailable lleno hasta su máxima capacidad, un evento deportivo con alta concurrencia, un acto multitudinario, o viajamos en tren en horario pico. ¿No deberíamos pensar en una potencial estampida, como un evento extremo frente al cual deberíamos saber cómo actuar?



# Apéndice A

## Cálculo de las funciones de supervivencia $P(\tau)$

Para calcular la función de supervivencia de un sistema dado se siguió el siguiente algoritmo:

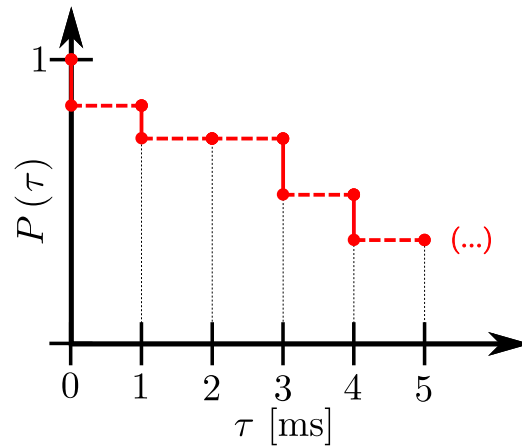
- Para cada simulación del sistema, se registra el tiempo de evacuación de cada peatón.
- A partir de estos, se calculan los  $\Delta t$  entre cada par de peatones evacuados consecutivos (para las 50 realizaciones del sistema).
- Se ordenan todos los  $\Delta t$  de menor a mayor. Esta lista  $\tau = \{\Delta t_1, \dots, \Delta t_n\} := \{\tau_1, \dots, \tau_n\}$  será nuestro eje de las abscisas (notar que puede haber valores repetidos, y no equiespaciados).
- A partir de la lista  $\tau$  se calcula la lista  $P(\tau)$  elemento a elemento según la Ecuación A.1, donde  $\tau_i$  es el  $i$ -ésimo elemento de  $\tau$  y  $\text{len}(\tau)$  es la cantidad de elementos en la lista.
- Se grafica  $P(\tau)$  vs.  $\tau$ .

$$P(\tau_i) = 1 - \frac{i}{\text{len}(\tau)} \quad (\text{A.1})$$

Como la lista  $\tau$  contiene valores repetidos (ya que el mismo  $\Delta t$  puede ocurrir para más de una pareja de peatones consecutivos), y la lista  $P(\tau)$  con longitud igual a la de  $\tau$  tendrá un valor distinto para cada uno de esos  $\tau$  repetidos, algunos  $\tau$  del eje de las abscisas serán multivaluados.

En la Fig. A.1 se enseña el esquema de una función de supervivencia calculada a partir de la lista  $\tau$  que se muestra debajo. Las líneas rojas continuas indican los valores de  $P(\tau)$  correspondientes a las múltiples repeticiones de cada  $\tau$  en la lista, y

las líneas rojas punteadas conectan el mínimo  $P$  correspondiente a un  $\tau$  con el máximo del siguiente. Como los  $\tau$  del eje de las abscisas están discretizados por  $dt$  y a su vez no necesariamente todos los valores ocurren en las simulaciones (véase  $\tau = 2$  ms en el ejemplo), esto da lugar a una función escalonada, que no comienza en  $P(0\text{ s}) = 1$  debido a las múltiples repeticiones de  $\Delta t = 0$  (en las cuales se incluyen todos los  $\Delta t < dt$  por la discretización del paso temporal).



$\tau$  [ms]  $\rightarrow$ 

0	0	...	0	1	...	1	3	3	3	...	4	...	5	5	...
---	---	-----	---	---	-----	---	---	---	---	-----	---	-----	---	---	-----

**Figura A.1:** Esquema del cálculo de una función de supervivencia a partir de los  $\Delta t$  ocurridos en las simulaciones. Se observa que cada  $\tau$  (discretos) puede ser multivaluado en caso de corresponder a un  $\Delta t$  repetido, dando lugar así a una función escalonada.

# Bibliografía

- [1] Dong-hwan, K. [How Itaewon turned into epicenter of tragedy](#). *The Korea Times*, 10 2022. (Accedido 09/11/2022). 1, 41
- [2] Gallo, W. [151 Dead in Halloween Stampede in Seoul's Itaewon Neighborhood](#). *VOA News*, 10 2022. (Accedido 26/11/2022). 1
- [3] [45 crushed to death, over 150 hurt at mass Lag B'Omer event in Meron](#). *The Times of Israel*, 04 2021. (Accedido 13/11/2022). 1
- [4] Hendrix, S., Rubin, S., Sudilovsky, J., Peiser, J. [Stampede at religious festival in Israel leaves at least 45 dead, dozens injured](#). *The Washington Post*, 04 2021. (Accedido 13/11/2022). 1
- [5] Lisotto, P. [Puerta 12: el video y las ideas con las que Boca honra la memoria de los 71 fallecidos](#). *La Nación*, 06 2020. (Accedido 12/11/2022). 2
- [6] Solanes, F. A. [Para no olvidar: la tragedia de la Puerta 12](#). *Planeta Boca Juniors*, 06 2014. (Accedido 12/11/2022). 2
- [7] [Cromagnon: afirmaron que las puertas estaban trabadas](#). *La Nación*, 09 2008. (Accedido 12/11/2022). 2
- [8] Martin, H. [Tragedia de Cromañón: qué hicieron Chabán y Callejeros cuando se incendió el boliche y qué mató a las 194 víctimas](#). *Infobae*, 12 2020. (Accedido 12/11/2022). 2
- [9] Eveleth, R. [183 Children Died in a Stampede for Toys in 1883](#). *Smithsonian Magazine*, 08 2013. (Accedido 28/11/2022). 2
- [10] [Organisers blamed for German Love Parade deaths](#). *BBC*, 07 2010. (Accedido 28/11/2022). 2
- [11] Gambrell, J. [AP count: Over 2,400 killed in Saudi hajj stampede, crush](#). *AP News*, 12 2015. (Accedido 28/11/2022). 2

- [12] Helbing, D., Buzna, L., Johansson, A., Werner, T. Self-organized pedestrian crowd dynamics: Experiments, simulations, and design solutions. *Transportation Science*, **39**, 1–24, 02 2005. [3](#)
- [13] Johansson, A., Helbing, D., AL-ABIDEEN, H., AL-BOSTA, S. From crowd dynamics to crowd safety: A video-based analysis. *Advances in Complex Systems (ACS)*, **11**, 497–527, 08 2008. [3](#)
- [14] Coscia, V., Canavesio, C. First-order macroscopic modelling of human crowd dynamics. *Math. Models Methods Appl. Sci.*, **18**, 1217–1247, 08 2008.
- [15] Moussaïd, M., Perozo, N., Garnier, S., Helbing, D., Theraulaz, G. The walking behaviour of pedestrian social groups and its impact on crowd dynamics. *PloS one*, **5**, e10047, 04 2010.
- [16] Korhonen, T., Heliövaara, S., Hostikka, S., Ehtamo, H. Counterflow model for agent-based simulation of crowd dynamics. *Building and Environment*, **48**, 02 2012.
- [17] Bellomo, N., Piccoli, B., Tosin, A. Modeling crowd dynamics from a complex system viewpoint. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **22**, 1230004 (29 pages), 08 2012.
- [18] Bellomo, N., Bellouquid, A., Knopoff, D. From the micro-scale to collective crowd dynamics. *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation*, **11**, 01 2013.
- [19] Blanke, U., Franke, T., Tröster, G., Lukowicz, P. Capturing crowd dynamics at large scale events using participatory gps-localization. 2014.
- [20] Cristiani, E., Piccoli, B., Tosin, A. Multiscale Modeling of Pedestrian Dynamics, tomo 12. 2014.
- [21] Muhammed, D., Saeed, S., Rashid, T. A comprehensive study on pedestrians' evacuation. *International Journal of Recent Contributions from Engineering, Science IT (iJES)*, **7**, 38, 12 2019. [3](#)
- [22] Reicher, S. The Psychology of Crowd Dynamics, págs. 182 – 208. 2008. [3](#)
- [23] Schefflen, A. E., Ashcraft, N. Human territories : how we behave in space-time. 1976. [8](#), [11](#)
- [24] Hayduk, L. A. Personal space: An evaluative and orienting overview. *Psychological Bulletin*, **85**, 117–134, 1978. [3](#), [8](#), [11](#)

- [25] Bellomo, N., Clarke, D., Gibelli, L., Townsend, P., Vreugdenhil, B. Human behaviours in evacuation crowd dynamics: From modelling to “big data” toward crisis management. *Physics of Life Reviews*, **18**, 05 2016. [3](#)
- [26] Nicolas, A., Ibáñez, S., Kuperman, M., Bouzat, S. A counterintuitive way to speed up pedestrian and granular bottleneck flows prone to clogging: Can ‘more’ escape faster? *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, **2018**, 083403, 08 2018. [3](#), [5](#), [44](#)
- [27] Zhang, J., Li, H., Hu, Y., Song, W. Evacuation characteristics of preschool children through bottlenecks. *Collective Dynamics*, **5**, 03 2020.
- [28] NICOLAS, A. Fluctuations in Pedestrian Evacuation Times: Going One Step Beyond the Exit Capacity Paradigm for Bottlenecks, págs. 357–364. 2019. [3](#), [14](#), [35](#)
- [29] Kabalan, B., Argoul, P., Jebrane, A., Cumunel, G., Erlicher, S. A crowd movement model for pedestrian flow through bottlenecks. *Annals of Solid and Structural Mechanics*, **8**, 12 2016.
- [30] Garcimartín, A., Maza, D., Pastor, J., Parisi, D., Martín-Gómez, C., Zuriguel, I. Redefining the role of obstacles in pedestrian evacuation. *New Journal of Physics*, **20**, 12 2018. [3](#)
- [31] Heliövaara, S., Kuusinen, J.-M., Rinne, T., Korhonen, T., Ehtamo, H. Pedestrian behavior and exit selection in evacuation of a corridor – an experimental study. *Safety Science - SAF SCI*, **50**, 02 2012. [3](#)
- [32] Guo, R.-Y., Huang, H.-J., Wang, S. Route choice in pedestrian evacuation under conditions of good and zero visibility: Experimental and simulation results. *Transportation Research Part B: Methodological*, **46**, 669–686, 07 2012.
- [33] Krüchten, C., Schadschneider, A. Empirical study on social groups in pedestrian evacuation dynamics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **475**, 02 2017.
- [34] Garcimartín, A., Parisi, D., Pastor, J., Martín-Gómez, C., Zuriguel, I. Flow of pedestrians through narrow doors with different competitiveness. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, **2016**, 043402, 04 2016. [35](#)
- [35] NICOLAS, A., Bouzat, S., Kuperman, M. Influence of selfish and polite behaviours on a pedestrian evacuation through a narrow exit: A quantitative characterisation, 08 2016. [3](#)

- [36] Helbing, D. A fluid dynamic model for the movement of pedestrians. *Complex Systems*, **6**, 06 1998. [3](#)
- [37] Bouzat, S., Kuperman, M. Game theory in models of pedestrian room evacuation. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, **89**, 032806, 03 2014. [3](#), [4](#)
- [38] Dongme, S., Wenyao, Z., Binghong, W. Modeling pedestrian evacuation by means of game theory. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, **2017**, 043407, 04 2017. [3](#)
- [39] Dossetti, V., Bouzat, S., Kuperman, M. Behavioral effects in room evacuation models. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **479**, 03 2017. [3](#), [4](#), [5](#), [16](#), [21](#), [23](#), [24](#), [29](#), [33](#), [44](#), [55](#), [56](#)
- [40] Batty, M. Agent-based pedestrian modeling. *Batty, Michael (2003) Agent-based pedestrian modelling. Working paper. CASA Working Papers (61). Centre for Advanced Spatial Analysis (UCL), London, UK.*, **28**, 01 1993. [3](#)
- [41] Helbing, D., Molnar, P. Social force model for pedestrian dynamics. *Physical Review E*, **51**, 05 1998. [3](#), [7](#), [10](#)
- [42] Helbing, D., Farkas, I., Vicsek, T. Simulating dynamic features of escape panic. *Nature*, **407**, 487–490, 09 2000. [3](#), [4](#), [7](#), [8](#), [9](#), [10](#), [11](#), [16](#)
- [43] Kirchner, A., Nishinari, K., Schadschneider, A. Friction effects and clogging in a cellular automaton model for pedestrian dynamics. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, **67**, 056122, 06 2003.
- [44] Cornes, F., Frank, G., Dorso, C. Microscopic dynamics of the evacuation phenomena in the context of the social force model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **568**, 125744, 01 2021. [3](#)
- [45] Clements, A., Fadai, N. Agent-based modelling of sports riots. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **597**, 127279, 03 2022. [3](#)
- [46] Nicolas, A., Bouzat, S., Kuperman, M. Statistical fluctuations in pedestrian evacuation times and the effect of social contagion. *Physical Review E*, **94**, 04 2016. [3](#), [4](#), [5](#), [14](#), [21](#), [23](#), [29](#), [33](#), [44](#), [53](#), [55](#), [56](#)
- [47] Chen, C., Sun, H., Lei, P., Zhao, D., Shi, C. An extended model for crowd evacuation considering pedestrian panic in artificial attack. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **571**, 125833, 02 2021. [4](#)

- [48] Liang, H., Du, J., Wong, S. A continuum model for pedestrian flow with explicit consideration of crowd force and panic effects. *Transportation Research Part B: Methodological*, **149**, 100–117, 07 2021.
- [49] Elzie, T., Frydenlund, E., Collins, A., Robinson, R. Panic that spreads socio-behavioral contagion in pedestrian evacuations. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **2586**, 1–8, 01 2016. [4](#)
- [50] Cornes, F., Frank, G., Dorso, C. Panic contagion and the evacuation dynamics, 05 2018. (preprint). [4](#)
- [51] Deng, K., Li, M., Wang, G., Hu, X., Zhang, Y., Zheng, H., *et al.* Experimental study on panic during simulated fire evacuation using psycho- and physiological metrics. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, **19**, 6905, 06 2022. [4](#)
- [52] Qi, L., Xiongzi, C., Xiaoling, X., Yang, C., Xueling, L. Study on evacuation speed based on psychological panic in railway tunnel. *E3S Web of Conferences*, **189**, 03029, 01 2020. [4](#)
- [53] Cheng, J., Mitomo, H. Ict and collective resilience in a time of crisis. 2015. [4](#)
- [54] NICOLAS, A. Dense Pedestrian Crowds Versus Granular Packings: An Analogy of Sorts, págs. 411–419. 2020. [5](#), [44](#)
- [55] Chen, S., Alonso-Marroquin, F., Busch, J., Hidalgo, R., Sathianandan, C., Ramírez-Gómez, , *et al.* Scaling laws in granular flow and pedestrian flow. *AIP Conference Proceedings*, **1542**, 157–160, 06 2013. [5](#), [44](#)
- [56] Zuriguel, I., Garcimartín, A., Maza, D., Pugnaloni, L., Pastor, M. Jamming during the discharge of granular matter from a silo. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, **71**, 051303, 06 2005. [5](#), [43](#)
- [57] Goldberg, E., Carlevaro, M., Pugnaloni, L. Flow rate of polygonal grains through a bottleneck: Interplay between shape and size. *Papers in Physics*, **7**, 05 2015. [46](#)
- [58] Sanchez, M., Carlevaro, M., Pugnaloni, L. Effect of particle shape and fragmentation on the response of particle dampers. *Journal of Vibration and Control*, **20**, 1846–1854, 08 2013.
- [59] Goldberg, E., Carlevaro, M., Pugnaloni, L. Clogging in two-dimensions: Effect of particle shape. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, **2018**, 113201, 11 2018. [46](#)

- [60] Mankoc, C., Janda, A., Arévalo, R., Pastor, M., Zuriguel, I., Garcimartín, A., *et al.*, 09 2007. [43](#)
- [61] Mankoc, C., Garcimartín, A., Zuriguel, I., Maza, D., Pugnaroni, L. Role of vibrations in the jamming and unjamming of grains discharging from a silo. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, **80**, 011309, 08 2009. [43](#)
- [62] Janda, A., Maza, D., Garcimartín, A., Kolb, E., Lanuza, J., Clément, E. Unjamming a granular hopper by vibration. *EPL (Europhysics Letters)*, **87**, 24002, 08 2009. [43](#)
- [63] Tighe, B., Woldhuis, E., Remmers, J., Saarloos, W., Hecke, M. Model for the scaling of stresses and fluctuations in flows near jamming. *Physical review letters*, **105**, 088303, 08 2010. [5](#), [14](#)
- [64] Madrid, M. A., Carlevaro, C. M., Pugnaroni, L. A., Kuperman, M., Bouzat, S. Enhancement of the flow of vibrated grains through narrow apertures by addition of small particles. *Phys. Rev. E*, **103**, L030901, 03 2021. [5](#), [44](#), [46](#), [47](#), [48](#), [51](#), [52](#)
- [65] Carlevaro, M., Kuperman, M., Bouzat, S., Pugnaroni, L., Madrid, M. On the use of magnetic particles to enhance the flow of vibrated grains through narrow apertures. *Granular Matter*, **24**, 05 2022. [5](#)
- [66] Zablotzky, A. Estrategias para la optimización del flujo de medios granulares mediante mezclas, 12 2021. (Tesis de licenciatura). [5](#), [43](#), [47](#), [51](#), [57](#)
- [67] Parisi, D., Dorso, C. Morphological and dynamical aspects of the room evacuation process. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **385**, 343–355, 11 2007. [9](#)
- [68] Frank, G., Dorso, C. Room evacuation in the presence of an obstacle. *Fuel and Energy Abstracts*, **390**, 2135–2145, 06 2011. [12](#)
- [69] Sticco, I., Frank, G., Dorso, C. Social force model parameter testing and optimization using a high stress real-life situation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **561**, 125299, 01 2021. [9](#)
- [70] Sticco, I., Frank, G., Cornes, F., Dorso, C. A re-examination of the role of friction in the original social force model. *Safety Science*, **121**, 42–53, 10 2019.
- [71] Cui, G., Yanagisawa, D., Katsuhiko, N. A data driven approach to simulate pedestrian competitiveness using the social force model. *Collective Dynamics*, **6**, 1–15, 02 2022. [9](#)



- [72] Sandford, G., Kilding, A., Ross, A., Laursen, P. Maximal sprint speed and the anaerobic speed reserve domain: The untapped tools that differentiate the world's best male 800 m runners. *Sports Medicine*, **49**, 06 2019. [10](#)
- [73] Sayer, A. [What's The Average Human Sprint Speed? + Top Sprint Speeds](#). *Marathon Handbook*, 11 2022. (Accedido 25/11/2022). [12](#)
- [74] Holm, C. Simulation methods in physics 1. *Institute for Computational Physics, University of Stuttgart*, pág. 14, 2013. (Notas de clase). [14](#)
- [75] Helbing, D., Isobe, M., Nagatani, T., Takimoto, K. Lattice gas simulation of experimentally studied evacuation dynamics. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, **67**, 067101, 07 2003. [14](#)
- [76] Ebrahimpzhad Rahbari, S. H., Saberi, A., Park, H., Vollmer, J. Characterizing rare fluctuations in soft particulate flows, 02 2017. [14](#)
- [77] Sticco, I., Cornes, F., Frank, G., Dorso, C. Beyond the "faster is slower" effect. *Physical Review E*, **96**, 06 2017. [14](#), [16](#)
- [78] Garcimartín, A., Zuriguel, I., Pastor, M., Martín-Gómez, C., Parisi, D. Experimental evidence of the "faster is slower" effect. *Transportation Research Procedia*, **6**, 760–767, 10 2014. [16](#)
- [79] von Schantz, A., Ehtamo, H. Pushing and overtaking others in a spatial game of exit congestion. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **527**, 121151, 07 2019. [16](#), [34](#)
- [80] Cornes, F., Frank, G., Dorso, C. High pressures in room evacuation processes and a first approach to the dynamics around unconscious pedestrians. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, **484**, 01 2017. [16](#)
- [81] Oh, H., Park, J. Main factor causing "faster-is-slower" phenomenon during evacuation: Rodent experiment and simulation. *Scientific Reports*, **7**, 10 2017. [18](#)
- [82] Zhao, G., Li, C., Xu, G., He, F., Zhang, J. A high-density crowd state judgment model based on entropy theory. *PloS one*, **16**, e0255468, 09 2021. [23](#)
- [83] Shang, H., Feng, P., Zhang, J., Chu, H. Calm or panic? a game-based method of emotion contagion for crowd evacuation. *Transportmetrica A: Transport Science*, págs. 1–20, 01 2022. [33](#)
- [84] Beverloo, W., Leniger, H., van de Velde, J. The flow of granular solids through orifices. *Chemical Engineering Science*, **15** (03), 260–269, 1961. [35](#), [43](#)

- 
- [85] Vanumu, L., Rao, K. R., Tiwari, G. Fundamental diagrams of pedestrian flow characteristics: A review. *European Transport Research Review*, **9**, 12 2017. [35](#)
- [86] Bosina, E., Weidmann, U. Defining the Pedestrian Fundamental Diagram, págs. 383–391. 2019.
- [87] Kretz, T. An overview of fundamental diagrams of pedestrian dynamics, 10 2019. [35](#)
- [88] Chang, H. C., Wang, L. C. A simple proof of thue’s theorem on circle packing. *arXiv: Metric Geometry*, 09 2010. [36](#)
- [89] To, K., Lai, P.-Y., Pak, H. K. Jamming of granular flow in a two-dimensional hopper. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 71–74, 02 2001. [43](#)
- [90] Lozano, C., Lumay, G., Zuriguel, I., Hidalgo, R. C., Garcimartín, A. Breaking arches with vibrations: The role of defects. *Phys. Rev. Lett.*, **109**, 068001, 04 2012. [43](#)
- [91] Sperl, M. Experiments on corn pressure in silo cells – translation and comment of janssen’s paper from 1895. *Granular Matter*, **8**, 12 2005. [45](#), [48](#)
- [92] Catto, E. [Box2D](#). Accedido 23/10/2021. [46](#)
- [93] Rovio. Angry birds [videojuego], 2009. [46](#)
- [94] Pytlos, M., Gilbert, M., Smith, C. Modelling granular soil behaviour using a physics engine. *Géotechnique Letters*, **5**, 243–249, 10 2015. [46](#)
- [95] Catto, E. Iterative dynamics with temporal coherence. *Game Developer Conference*, 03 2005. [46](#), [48](#)
- [96] Hairer, E., Lubich, C., Wanner, G. Geometric Numerical Integration, tomo 31. 2001. [47](#)
- [97] Tukey, J. W. Exploratory Data Analysis, págs. 44. Addison-Wesley, 1977. [47](#)
- [98] Wang, J., Fan, B., Pongó, T., Harth, K., Trittel, T., Stannarius, R., *et al.* Silo discharge of mixtures of soft and rigid grains. *Soft matter*, 03 2021. [47](#)
- [99] Zuriguel, I., Garcimartín, A., Cruz, R. Traffic and Granular Flow 2019. 2020. [53](#)

# Publicaciones asociadas

1. Zablotsky, A., Kuperman, M., Bouzat, S. Pedestrian evacuations with imitation of cooperative behavior. (Enviado a *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*)



# Agradecimientos

*“I’ll just keep playing back  
These fragments of time  
Everywhere I go  
These moments will shine.”*

— Daft Punk

A mi director Sebastián Bouzat por ser un impecable guía este último año y medio, por incentivar-me a tomar decisiones y avanzar por mi cuenta, y por estar siempre disponible para responder a mis dudas e inquietudes con la mejor onda y paciencia.

A los integrantes del grupo “Los Magnéticos” por acompañarme en el trabajo sobre medios granulares a lo largo de la licenciatura, y por estar disponibles para escuchar mis avances, darme una mano y debatir resultados. Particularmente a Manuel Carlevaro por compartirme el código a partir del cual fueron realizadas las simulaciones de granos.

A todos los docentes de la UBA y el Instituto Balseiro que pusieron su grano de arena para que hoy pueda estar escribiendo esto.

A mi vieja por recordarme la existencia de las tildes y las comas.

A quienes estando a más de 1000 km de distancia me acompañaron todos los días, y cada vez que nos encontramos, pareciera que no pasó más de una semana desde la última vez.

Finalmente a Tebi, Marquito, Bata, Toto, Biny, Tincho, Ecu, Nico, Beбето, Fer y Bombi por darme una familia lejos de casa, y por hacer de estos años un capítulo de mi vida que siempre voy a atesorar.

