MAESTRÍA EN CIENCIAS FÍSICAS

EFECTOS DE PROPAGACIÓN EN EL ESPECTRO Y LA DISTRIBUCIÓN DE DIRECCIONES DE ARRIBO DE RAYOS CÓSMICOS ULTRAENERGÉTICOS

Lic. Juan Manuel González
Maestrando

Dra. Silvia Mollerach
Directora

Miembros del Jurado
Dr. Francisco Diego Mazzitelli (Intituto Balseiro)
Dr. Diego Harari (Intituto Balseiro)
Dr. Xavier Bertou (CNEA/CONICET)

27 de Noviembre de 2019

Física de Partículas y Campos

Instituto Balseiro
Universidad Nacional de Cuyo
Comisión Nacional de Energía Atómica
Argentina

A mis seres queridos

Índice de contenidos

Índice de contenidos iii

Resumen ix

Abstract xi

1. Espectro y aceleración de rayos cósmicos, campos magnéticos intergalácticos e interacciones con fondos de radiación 1

1.1. Motivación 1

1.2. Objetivos 2

1.3. Espectro en energía de los rayos cósmicos y anisotropías en las direcciones de arribo 2

1.4. Mecanismos de aceleración 4

1.4.1. Mecanismo de choque 4

1.4.2. Colisión con nubes magnéticas 5

1.5. Universo en expansión y campos magnéticos 5

1.5.1. Evolución de un Universo en expansión 5

1.5.2. Campos magnéticos intergalácticos 7

1.6. Interacciones con fondos de radiación 8

1.6.1. Fotodesintegración y fotoproducción de piones 10

1.6.2. Núcleos y partículas inestables 11

2. Ecuación de propagación y presentación del Software SimProp 13

2.1. Propagación de una partícula ultrarrelativísta en un campo magnético turbulento 14

2.1.1. Ecuación de movimiento estocástica 14

2.1.2. Régimen balístico, y difusivo 15

2.2. Solución numérica de la ecuación diferencial estocástica 17

2.2.1. Solución en un universo estático 17

2.2.2. Solución en un universo en expansión 19

2.3. Resultados obtenidos para un Universo estático 20

2.4. Resultados para un Universo en expansión 23
2.4.1. Transición del régimen balístico al difusivo 23
2.4.2. Distribución de las partículas que llegan a la Tierra 25
2.5. Interacción de las partículas con fondos de radiación 28
2.5.1. Breve presentación sobre el *Software SimProp* 28
2.6. Resultados para un escenario con campo magnético e interacciones . . . 31

3. Espectro de las partículas que llegan a la Tierra 33
3.1. Flujo proveniente de una fuente 34
3.1.1. Distribución de fuentes 34
3.2. Flujo de las fuentes en un escenario donde sólo se inyectan protones . . 35
3.2.1. Flujo de una fuente individual 36
3.2.2. Flujo de una distribución finita de fuentes 37
3.3. Supresión del flujo por el horizonte magnético 39
3.3.1. Factor G para protones 40
3.3.2. Modificación al factor G 42
3.3.3. Energía de *cut-off* 46
3.4. Propagación de núcleos de hierro 47
3.4.1. Composición en función de la energía y distancia 48
3.4.2. Flujo proveniente de la inyección de núcleos de hierro 49
3.4.3. Factor G para núcleos de hierro 50
3.4.4. Energía de cut-off del hierro 51

4. Conclusiones y trabajo futuro 53

Agradecimientos 55

Apendice: Programas utilizados 57
.1. Propagación únicamente en campo magnético 57
.2. Propagación incluyendo efecto de la interacciones 64
.3. Flujo proveniente de las fuentes 72

Índice de figuras

1.1. Espectro diferencial de los rayos cósmicos, multiplicado por $E^{2,6}$ para hacerlo más plano, como una función de la energía. Imagen extraída de [1]. 3

1.2. Longitud de atenuación como función de la energía para protones. (Imagen extraída de [1].) 9

2.1. Gráfica ilustrativa de la transición del régimen balístico al difusivo. . . 17

2.2. Flujo del programa para resolver la ecuación 3.1 numéricamente. El factor i_{max} representaba el número máximo de iteraciones que realizaba el programa. Se lo fijó en $i_{max} = 10^6$. 18

2.3. Esquema ilustrativo del proceso para la elección del paso Δx utilizado en la discretización de la ecuación de movimiento. 19

2.4. Valor medio del cuadrado de la distancia dividido por el tiempo transcurrido en función del tiempo transcurrido para 1000 partículas, en un campo $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$ y una $L_{coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$. Notar que en todos los casos se observa la transición predicha. 21

2.5. Valor de $2L_D c$ en función de la energía. La curva violeta representa la predicción dada por la ecuación 2.8. Los puntos representan los resultados de las simulaciones a determinadas energías. 22

2.6. Promedio del coseno del ángulo entre la velocidad actual de cada partícula y su velocidad inicial para 1000 partículas. El campo magnético era de una amplitud $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$ y una $L_{coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$. 22

2.7. Evolución de la distancia cuadratica media dividida por el tiempo. El campo magnético actual era de $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$ y una longitud de correlación de $L_{0coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$. Las leyendas corresponden a la energía inicial. 24

2.8. Valor medio del coseno del ángulo entre la velocidad actual e inicial. El campo magnético inicial era de $B_{0amp} = 10\,\mathrm{nG}$ y una longitud de correlación inicial de $L_{0coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$. Las leyendas corresponden a la energía inicial. 25

2.9. Distancia media en linea recta a la fuente en el momento en que la partícula llega a la Tierra como función del logaritmo de la energía final. Se utilizó un binning en logaritmo de base 10 de la energía de 0.04. . . 26
2.10. Gráfico de dispersión de la energía final de las partículas y de las distancias a la fuente. Notar la presencia de un horizonte magnético que crece con la energía. 27
2.11. Coseno del ángulo entre la velocidad y la dirección de las partículas en el momento de su llegada a la Tierra. 28
2.12. Mapa de colores de la distancia final a la fuente vs energía de llegada. Notar que sigue estando presente el horizonte magnético y la disminución de distancias a altas energías. 32

3.1. Flujo de la primer fuente en función de la energía para diferentes intensidades del campo. 36
3.2. Flujo de la primer fuente en función de la energía para diferentes redshifts máximos de emisión. 37
3.3. Flujos provenientes de un ensemble de fuentes para diferentes densidades de fuentes. 38
3.4. Flujos provenientes de un ensemble de fuentes para diferentes redshifts máximos de emisión de las fuentes. 38
3.5. Flujos provenientes de un ensemble de fuentes para diferentes amplitudes cuadráticas medias del campo magnético 39
3.6. Factor G vs. energía. Notar que la supresión para altas energías no depende del campo. 41
3.7. Factor G vs. energía sobre la energía crítica. Notar que la supresión inicial es muy similar en todos los casos. 41
3.8. Flujo de un ensemble de fuentes para diferentes escenarios de propagación. La amplitud del campo fue de 1 nG. 43
3.9. Flujo de un ensemble de fuentes para diferentes escenarios de propagación. La amplitud del campo fue de 5 nG. 44
3.10. Modificación al factor G para diferentes intensidades de campo magnético para un escenario con $d_S = 130\ Mpc$ y $z_{max} = 2$ 45
3.11. Modificación al factor G para diferentes densidades de fuentes para un escenario con $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$ y $Z_{max} = 1$ 45
3.12. Energía de cut-off para los protones. 47
3.13. Gráfico de dispersión de la energía cómo vs. la masa final del fragmento primario. 48

3.14. Evolución del valor medio de la masa para un ensemble de 1000 partículas. en función de la distancia a la fuente. Inyección pura de núcleos de hierro, con energía iniciales de 200, 100, 50, 10, 1 y $0,1$ EeV. 49
3.15. Flujo de los fragmentos primarios en la Tierra para diferentes intensidades del campo magnético. 50
3.16. Factor de modificación G para núcleos con carga mayór o igual a 20e. Inyección pura de núcleos de hierro 51
3.17. Energía de cut-off para núcleos de hierro, helio e hidrógeno. 52

Resumen

Este trabajo presenta la tesis de Maestría en Ciencias Físicas **Efectos de propagación en el espectro y distribución de direcciones de llegada de rayos cósmicos de ultra alta energía**.

Analizamos los efectos de la propagación de rayos cósmicos de muy alta energía en presencia de campos magnéticos y fondos de radiación cósmica en el medio intergaláctico.

En el capítulo 1 presentamos brevemente lo que se conoce del espectro en energía de los rayos cósmicos. Discutimos sobre sus mecanismos de aceleración. Luego comentamos como describir un Universo en expansión. Concluimos por dar una descripción de los campos magnéticos turbulentos, de los fondos de radiación presentes en el Universo y de los procesos que estos pueden excitar en un núcleo atómico.

El capítulo 2 presenta la ecuación de propagación en los campos magnéticos intergalácticos. Menciona algunas soluciones interesantes de dicha ecuación. Luego se expone como fue el método numérico utilizado para su resolución. Analizamos cómo las partículas pasan de un régimen de propagación rectilíneo a uno difusivo en tiempos más largos.

A continuación se presenta el *software SimProp* desarrollado por Aloisio *et al* que da cuenta de las interacciones con los fondos de radiación. Luego presentamos cómo se integraron ambos códigos para estudiar la propagación del núcleo primario. Finalizamos por exponer los resultados obtenidos para la propagación de protones en un escenario con campo magnético e interacciones. Se discute la presencia de un horizonte magnético debido al campo magnético, así como un horizonte a altas energías debido a las interacciones. Los resultados muestran la existencia de un fenómeno de *pile-up* para energías mayores a 10EeV.

En el capítulo 3 informamos los resultados para el flujo detectado en la Tierra. Mostramos cómo el flujo observado de una fuente cercana (dentro del Supercúmulo local) que emite desde un tiempo finito en el pasado se suprime a bajas energías debido al

campo magnético intergaláctico. Esta supresión aumenta con la intensidad del campo magnético y disminuye para las fuentes que emiten desde tiempos más largos o para distancias más pequeñas. Así, el efecto del horizonte magnético suprime el flujo total a bajas energías. Además, la densidad finita afecta el corte del espectro debido a las interacciones a altas energías.

Para un conjunto de fuentes se encuentra que el flujo está suprimido a bajas energías por el horizonte magnético, mayores intensidades de campo magnético reducirán el flujo a bajas energías. El flujo proveniente de un ensemble de fuentes está suprimido a bajas energías por el tiempo de emisión de las fuentes, mayores tiempos de emisión redundan en una menor supresión. Y la distancia característica entre fuentes suprime el flujo tanto a altas, como a bajas energías.

El capítulo 4 presenta las conclusiones. El espectro observado de rayos cósmicos extragalácticos se modifica significativamente con respecto al emitido por las fuentes, tanto por las interacciones con los fondos de radiación, que son más importantes a altas energías, como por los campos magnéticos, que son más importantes a bajas energías.

Abstract

This work presents the Master's thesis in Physical Sciences **Propagation effects in the spectrum and distribution of arrival directions of ultra high energy cosmic rays**.

We analyse the effects of the propagation of cosmic rays of very high energy in the presence of magnetic fields and cosmic radiation backgrounds in the intergalactic environment.

In chapter 1 we briefly present what is known about the energy spectrum of cosmic rays. We discuss its acceleration mechanisms. Then we discuss how to describe an expanding Universe. We conclude by giving a description of the turbulent magnetic fields, the radiation backgrounds present in the Universe and the processes that can affect in an atomic nucleus.

Chapter 2 presents the equation used to simulate the propagation in the intergalactic magnetic field. We comment some interesting solutions to that equation. Then we present the numerical method used for its resolution. We analyse how particles pass from a regimen of rectilinear propagation to a diffusive one in longer times.

We the present *SimProp software* developed by Aloisio *et al* that accounts for interactions with radiation backgrounds and how both codes were integrated to study the propagation of the primary nucleus. We conclude by exposing the results obtained for the propagation of protons in a scenario with magnetic field and interactions. The presence of a magnetic horizon due to the magnetic field is discussed, as well as a high energy horizon due to interactions. A pile-up phenomena for energies greater than 10EeV is discussed.

In chapter 3 we report the results for the flux detected at Earth. We show how the observed flux from a nearby source (within the local Supercluster) that emits from a finite time in the past is suppressed at low energies due to the intergalactic magnetic field. This suppression increases with the intensity of the magnetic field and decreases

for sources emitting from longer times or for smaller distances. Thus, the effect of the magnetic horizon suppresses the total flow at low energies. In addition, finite density affects the spectrum cut due to high energy interactions.

For a set of sources it is found that the flux is suppressed at low energies by the magnetic horizon, higher magnetic field intensities will suppress the flux at low energies. This flux is also suppressed at low energies by the time of emission of the sources, longer emission times result in a lower suppression. And the characteristic distance between sources suppresses the flow at both high and low energies.

Chapter 4 presents the conclusions. The observed spectrum of extragalactic cosmic rays is significantly modified with respect to that emitted by sources, both by interactions with radiation backgrounds, which are more important at high energies, and by magnetic fields, which are more important at low energies.

Capítulo 1

Espectro y aceleración de rayos cósmicos, campos magnéticos intergalácticos e interacciones con fondos de radiación

"A single light-year is an inconceivable abyss. Denumerable, but inconceivable. And in Sol's neighborhood, the stars averaged some nine light-years apart."
— Tau Zero- Paul Anderson

En el presente capítulo primeramente se presenta la motivación y objetivos para el presente trabajo. Luego se discuten brevemente los mecanismos de aceleración que se encuentran en literatura. A continuación describimos los campos magnéticos turbulentos presentes en el Universo. Se comentan los efectos que la expansión del Universo introduce en un campo magnético turbulento presente en el mismo.

Acto seguido se describen los fondos de radiación presentes en el Universo. Y se concluye por comentar los procesos que puede sufrir un núcleo atómico que interactúe con ellos.

1.1. Motivación

En 1909 Theodor Wulf detectó (utilizando un electrómetro) una radiación que era más intensa en la cúspide de la torre Eiffel que en su base. En 1912 Victor Hess realiza varios viajes en globo hasta unos 5300 m, encontrando una radiación cuya intensidad

se incrementa con la altura. Esto descartó a la Tierra como posible origen de esta radiación. Y finalmente en 1929 Bothe y Kolhörster muestran que esta radiación está formada por núcleos cargados.

Está bien conocida la dependencia del espectro de los rayos cósmicos como función de la energía. No obstante, a altas energías existe una mayor incerteza sobre su composición. También existen incertezas sobre cuales son las fuentes de rayos cósmicos a energías del orden de EeV o superiores.

Los rayos cósmicos interactúan con los fondos de radiación y campos magnéticos en su viaje de la fuente a la Tierra. Si queremos poder estudiar los rayos cósmicos en torno a la fuente, será necesario entender que les sucedió en su viaje.

1.2. Objetivos

El principal objetivo de este trabajo fue estudiar como afectan los campos magnéticos y los fondos de radiación la propagación de núcleos atómicos de ultra alta energía, provenientes de fuentes extragalácticas. Se quiso estudiar la dependencia del flujo detectado en la Tierra con diferentes parámetros.

Para ello se desarrolló una herramienta numérica para incorporar el efecto de los campos magnéticos a un código público que toma en cuenta el efecto de los fondos de radiación.

1.3. Espectro en energía de los rayos cósmicos y anisotropías en las direcciones de arribo

La distribución en energía de los rayos cósmicos sigue una ley de potencia para diversos rangos de energías,

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\gamma} \tag{1.1}$$

donde N es el número de partículas y γ el índice espectral de las partículas, que es cercano a 3 en un amplio rango de energías entre 10 GeV y 50 EeV. Los modelos de aceleración de rayos cósmicos considerados en la actualidad, correspondientes a la aceleración de Fermi en la que las partículas cargadas se aceleran al rebotar en campos magnéticos en movimiento (en nubes magnetizadas u ondas de choque), dan lugar a un espectro de partículas emitidas con una ley de potencia con $\gamma \sim 2$.

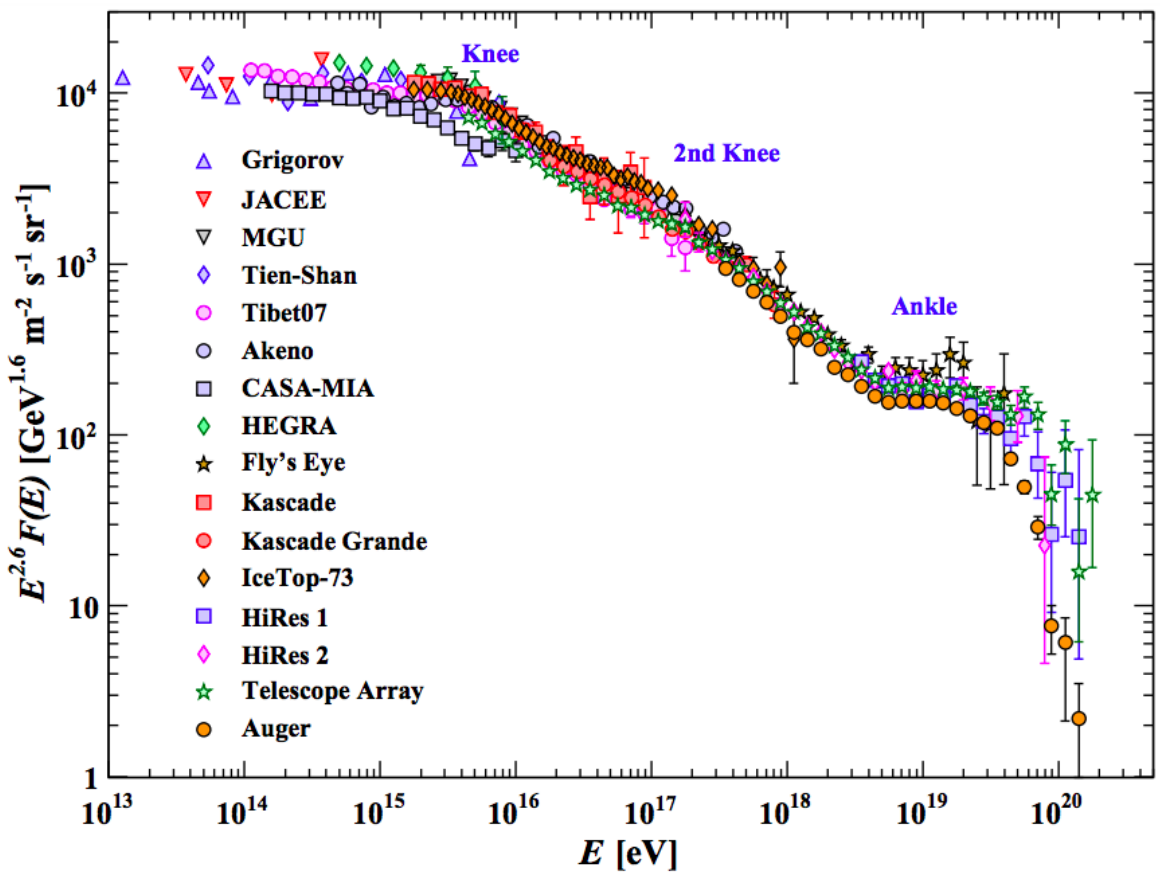

Figura 1.1: Espectro diferencial de los rayos cósmicos, multiplicado por $E^{2,6}$ para hacerlo más plano, como una función de la energía. Imagen extraída de [1].

El espectro de energías de los rayos cósmicos a ultra alta energía (mostrado en la figura 1.1) presenta la llamada **rodilla** en torno a 4 PeV, para la cuál el espectro se empina hasta $\gamma \sim 3$. Luego a la **segunda rodilla** (a 0,1 EeV) el espectro se empina a $\gamma \sim 3{,}3$. Aquí los rayos cósmicos son de origen galáctico. Las partículas de alta energía escapan de la Galaxia, con lo que su flujo medido hoy se vé reducido. Por su parte, las partículas de más baja energía permanecen más tiempo en la Galaxia (al propagarse de manera difusiva por efecto del campo magnético galactico). Esto es la causa de que el espectro en energía de los rayos cósmicos se vuelva más empinado.

Siguiendo con la discusión general del espectro de los rayos cósmicos, en $\sim$ 5 EeV aparece una disminución del valor de γ, pasando de 3,3 a 2,6. Presenta también, una supresión, que comienza $\sim$ 40 EeV. Esto significa que el índice γ aumenta, aproximandose a 5,7. Se especula con que a estas energías esté presente una supresión exponencial, o la presencia de un *cut-off* a energías mayores a 200 EeV.

Las observaciones indican que para energías de 1 EeV los rayos cósmicos son predominantemente extragalácticos. Esto se deduce de que sus partículas constituyentes son livianas y con una distribución muy isótropa. Si fueran de origen galáctico, sus di-

recciones de llegada deberían mostrar una concentración cerca del plano y/o centro galáctico.

En los últimos años el observatorio Pierre Auger ha podido reconstruir una anisotropía dipolar significativa a energías superiores a 8 EeV, con una amplitud de $6,5\,\%$ [1]. Como su máximo de intensidad apunta 120^0 por fuera del plano de la Vía Lactea, su origen es externo a ella. Esto no es atribuible a efectos de movimiento del observador (el dipolo resultante por esta causa es 10 veces menor al medido). Otra explicación posible hace responsable de esta anisotropía a la propagación difusiva de rayos cósmicos en campos magnéticos extragalácticos y turbulentos. Esto es posible si la amplitud del campo es lo bastante grande, o los rayos cósmicos poseen una carga eléctrica grande.

1.4. Mecanismos de aceleración

Si bien el origen y los mecanismos de aceleración de los rayos cósmicos de ultra alta energía no se encuentran perfectamente determinados, en esta sección presentamos algunos de los candidatos propuestos hasta la fecha. En general se asume que los rayos cósmicos son producidos en la fuente, y acelerados cerca de ella [2]. Algunos candidatos son objetos compactos como pulsares, discos de acreción de agujeros negros, estrellas de neutrones y núcleos activos de galaxias. También pueden ser objetos difusos como nubes magnéticas.

1.4.1. Mecanismo de choque

Cuando una estrella colapsa gravitacionalmente al abandonar la secuencia principal [3] puede suceder lo siguiente. Al colapsar la temperatura aumenta, se fusionan los elementos presentes en el núcleo de la estrella, y sus capas externas son expulsadas violentamente. Estas capas se llaman frente de choque. Una partícula moviendose a velocidad cercana a la de la luz y chocando con un frente que se mueve a velocidad u en un sistema inercial, ganará una energía relativa de,

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4}{3}\frac{u}{c} \tag{1.2}$$

donde ΔE es la ganancia de energía, E la energía, y se ha aproximado la velocidad de la partícula como la velocidad de la luz.

Como la ganancia relativa de energía es lineal en la velocidad del frente de choque se llama mecanismo de Fermi de primer orden.

1.4.2. Colisión con nubes magnéticas

Supongamos que una partícula se mueve con velocidad $\mathbf{v}$ y es reflejada contra una nube de gas que se mueve con velocidad $\mathbf{u}$. Considerando la simplificación donde ambas velocidades son colineales pueden darse las siguiente situaciones,

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(2vu + u^2) \tag{1.3a}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}m(-2vu + u^2) \tag{1.3b}$$

en el caso de 1.3a las velocidades son antiparalelas y en 1.3b son paralelas. Se obtiene en promedio una ganancia de energía relativa de

$$\frac{\Delta E}{E} = m\frac{u^2}{v^2} \tag{1.4}$$

Como la dependencia en la velocidad de la nube es cuadrática, este proceso se llama mecanismo de Fermi de segundo orden. Resulta que como las velocidades de las nubes de gas son muy pequeñas este mecanismo es ineficiente, por lo que requiere un largo tiempo para acelerar partículas a muy alta energía.

Asimismo, como entre colisiones las partículas pierden energía, existe una energía mínima que deben tener las partículas para ser aceleradas por este mecanismo.

1.5. Universo en expansión y campos magnéticos

1.5.1. Evolución de un Universo en expansión

Dado que las partículas que llegan hoy a la Tierra se originaron en el pasado, para estudiar la propagación hay que considerar cómo eran los campos magnéticos y fondos de radiación en el pasado. Para ello, es necesario conocer cómo ha evolucionado el Universo en dicho tiempo.

La expansión del universo se puede describir mediante la métrica de Friedmann-Robertson-Walker

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \tag{1.5}$$

donde ds representa el intervalo invariante relativista, $a(t)$ el factor de escala que caracteriza la expansión del Universo en función del tiempo t, y (x, y, z) son las coordenadas comovientes.

La expansión del Universo entre un tiempo anterior y el presente suele medirse por el corrimiento al rojo (*redshift*) de la luz emitida en dicho instante y la observada actualmente. Eso se expresa como:

$$\frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{emi}} = \frac{a_{obs}}{a_{emi}} = 1 + z \tag{1.6}$$

donde z es el redshift (referido a la Tierra); λ_{emi} y λ_{obs} la longitud de onda de la luz al ser emitida y observada respectivamente; y a_{obs} y a_{emi} representan el valor del factor de escala hoy y cuando la luz fue emitida, respectivamente.

Existe una densidad llamada crítica, que hace que la geometría del Universo sea plana. Su valor es $\rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \sim 10^{-26}\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$

Las ecuaciones de Friedmann [4] determinan la expansión del Universo, esta depende, en una primera aproximación, de cuatro parámetros:

- la constante de Hubble H_O, cuyo valor en el tiempo presente se considera de $70\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$
- la densidad de materia en el Universo, normalizada por la densidad crítica, Ω_m, con un valor actual de 0,3
- la densidad de energía oscura en el universo, Ω_Λ (normalizada por la densidad crítica), cuyo valor se considera de 0,7
- la densidad de radiación en el Universo, que dado que su valor es mucho menor que los dos anteriormente mencionados en todo el periodo de interés para la propagación de los rayos cósmicos sus efectos serán despreciados.

Estos valores describen la geometría y evolución de un espacio plano en el cual se verifica que $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$, lo que está de acuerdo con las observaciones cosmológicas actuales.

La relación entre el tiempo de viaje y el *redshift* para un fotón o partícula ultrarrelativísta, utilizando la ecuación 1.6, y la ecuación de Friedmann resulta:

$$\frac{dt}{dz} = \frac{-1}{H_0(1+z)\sqrt{(1+z)^3\Omega_m + \Omega_\Lambda}} \tag{1.7}$$

Una partícula ultrarrelativísta posee un intervalo invariante $ds = 0$, con lo que $dr = \frac{cdt}{a(t)}$. De ello se encuentra que la relación entre el intervalo espacial recorrido y el *redshift* es:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{-c}{H_0\sqrt{(1+z)^3\Omega_m + \Omega_\Lambda}} \tag{1.8}$$

donde x representa la posición de la partícula.

La expansión del universo da lugar a una pérdida de energía para un fotón o partícula ultrarrelativísta que se propaga por el mismo. Al desplazarse, su longitud de onda se verá estirada por efecto de dicha expansión. Por lo tanto la partícula habrá perdido energía, siguiendo la relación:

$$E(z) = E_g \frac{1+z}{1+z_g} \tag{1.9}$$

donde E_g es la energía inicial de la partícula, y z_g el redshift inicial.

1.5.2. Campos magnéticos intergalácticos

La expansión del universo también tiene su efecto sobre los campos magnéticos intergalácticos ($\vec{B}_{IG}$). No mucho es conocido sobre su estructura. A lo largo del presente trabajo se los tratará como si fueran turbulentos, despreciando cualquier componente regular que pudieran tener. Se considerará un campo turbulento isótropo que puede ser caracterizado por:

- la **amplitud del campo** (B_{rms}), que es el valor cuadrático medio en el espacio,
- la **longitud de coherencia** (L_{coh}), definida como la distancia promedio hasta la que el campo magnético en dos puntos del espacio guarda correlación. El campo magnético turbulento puede pensarse como dominios de tamaño L_{coh} donde el campo tiene una amplitud típica B_{rms} y una orientación al azar.

Para una partícula cargada propagándose en dicho campo magnético, puede definirse una **energía crítica** (E_c), como el valor de la energía para el cuál el radio de Larmor es igual a la longitud de coherencia del campo. La expresión para E_c es, por tanto:

$$E_c = L_c Z\,|e|\,B_{rms} = 0{,}9 \frac{B}{\mathrm{nG}} \frac{L_c}{\mathrm{Mpc}}\,\mathrm{EeV} \tag{1.10}$$

Esta energía separa dos regímenes de difusión. Uno resonante a bajas energías, en el

cual las partículas sufren deflexiones grandes por su interacción con el campo turbulento a escalas menores que L_{coh}. El otro régimen, no resonante, ocurre a altas energías, en el cual las deflexiones son pequeñas después de recorrer una distancia L_{coh} y la difusión se alcanza a tiempos largos, luego de recorrer muchos dominios.

La evolución de todas estas cantidades debido a la expansión del universo está dada por:

$$B_{rms}(z) = B_{rms(0)}(1+z)^{2-m} \tag{1.11a}$$

$$L_{coh}(z) = \frac{L_{coh(0)}}{1+z} \tag{1.11b}$$

$$E_c(z) = E_{c(0)}(1+z)^{1-m} \tag{1.11c}$$

donde el factor m proviene de considerar los efectos de la magnetohidrodinámica [5]. En el presente trabajo se lo consideró igual a 1. Como consecuencia de ello la energía crítica resulta independiente del *redshift*.

1.6. Interacciones con fondos de radiación

Existen diversos fondos de radiación presentes en el Universo. Una partícula que se propaga en el Universo puede sufrir una interacción con dichos fondos (además de con campos magnéticos extragalácticos). En la presente sección se presentan y explican brevemente cuales son los procesos considerados, [6].

Los fondos de radiación considerados en el presente trabajo son:

- **fondo de radiación de microondas (CMB)**. Este fondo es conocido a todo redshift, poseyendo un espectro de radiación de cuerpo negro.
- **fondo de luz extragaláctica (ELB)**. No se lo conoce con precisión, se lo aproximará con modelos fenomenológicos.

La tasa de interacción de una partícula ultrarelativista con fotones de un fondo de radiación esta dada por:

$$\tau^{-1} = \frac{1}{2\Gamma^2}\int_{\epsilon'_{min}}^{2\Gamma\epsilon'}\int_{\epsilon_0}^{\infty}\frac{n_{\gamma(\epsilon)}}{\epsilon^2}d\epsilon\sigma_{(\epsilon')}\epsilon' d\epsilon' \tag{1.12}$$

donde ϵ'_{min} es la mínima energía para que ocurra el proceso, $n_{\gamma(\epsilon)}$ es la densidad de fotones de fondo, y $\sigma_{(\epsilon')}$ es la sección eficaz de interacción y Γ es el factor de Lorentz.

La linealidad de la ecuación 1.12 en la densidad de fotones y secciones eficaces permite que la tasa **total** de interacción sea tratada como la suma de las tasas de interacción mediante todos los procesos posibles. Esto a su vez también define la probabilidad condicionada de la interacción por una dada vía. Una vez que la partícula interactuó, la probabilidad de que lo haya hecho por el proceso i es $P_i = \frac{\tau_i}{\tau_{Total}}$.

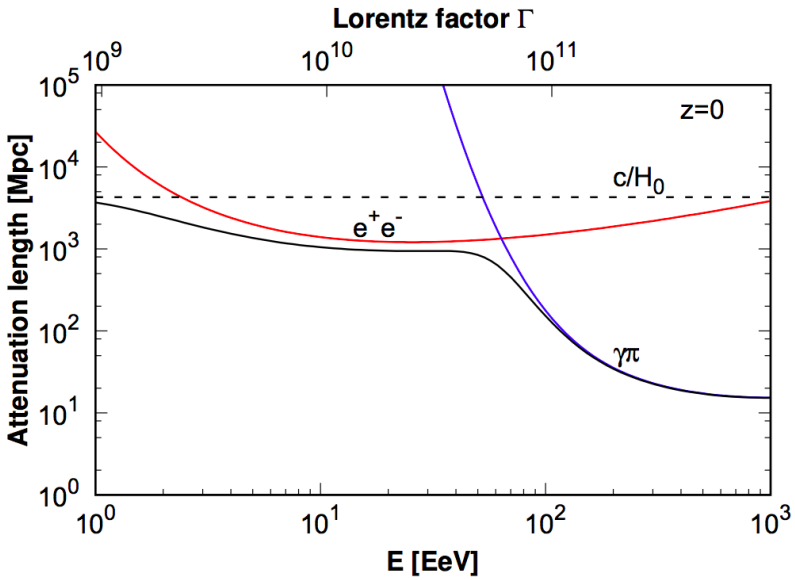

Figura 1.2: Longitud de atenuación como función de la energía para protones. (Imagen extraída de [1].)

La longitud de atenuación se define del siguiente modo, $\lambda{-}1 = -\frac{1}{c}\frac{d(lnE)}{dt}$. Eso puede interpretarse como la pérdida relativa de energía en función de la distancia. La figura 1.2 muestra la dependencia de dicha longitud con la energía para protones debida a los procesos siguientes; la expansión del Universo (linea punteada), fotoproducción de piones (curva azul), y creación de pares (curva roja). Una partícula de una energía dada, a una distancia mayor a la longitud de atenuación de un proceso, perderá energía por dicho canal. Una vez que su energía sea menor que la umbral para dicho proceso, cesarán las pérdidas de energía por dicho canal. Esto puede producir el fenómeno de *"pile up"*, las partículas de más alta energía pierden energía hasta quedar por debajo del umbral. Luego, en el espectro de energías se observará un pico (un incremento en la cantidad) de partículas arribando con una energía igual o cercana a la umbral.

1.6.1. Fotodesintegración y fotoproducción de piones

Fotodesintegración de un núcleo

La fotodesintegración ocurre cuando el núcleo de un átomo absorbe un fotón gamma, se torna inestable y decae emitiendo un protón, un neutrón o una partícula α. La reacción que ilustra dicho proceso es

$$\begin{aligned} {}^{A}_{Z}Y + \gamma \rightarrow {}^{A-1}_{Z-1}X + p \\ {}^{A}_{Z}Y + \gamma \rightarrow {}^{A-1}_{Z}X + n \\ {}^{A}_{Z}Y + \gamma \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}X + \alpha \end{aligned} \tag{1.13}$$

donde ${}^{A}_{Z}Y$ es el núcleo madre, X el núcleo hija, p un protón, n un neutrón, y α un núcleo de ${}^{4}He$.

La energía de todos los productos se distribuye proporcionalmente de acuerdo a las masas de cada partícula.

Fotoproducción de piones

La fotoproducción de un pión puede ser de las siguientes clases:

$$\begin{aligned} p + \gamma \rightarrow p + \pi^0 \\ n + \gamma \rightarrow n + \pi^0 \\ p + \gamma \rightarrow n + \pi^+ \\ n + \gamma \rightarrow p + \pi^- \end{aligned} \tag{1.14}$$

donde $\pi^{0,+,-}$ representa a un pión neutro, a uno cargado positiva y a uno cargado negativamente en cada caso.

En el caso de que la partícula incidente sea un núcleo atómico, solo un nucleón será participe de la interacción.

Las reacciones de producción de un pión neutro y uno cargado son diferentes. En el primer caso el núcleo pierde energía al generarse el pión. En el segundo caso el núcleo (además de lo anterior) cambia su identidad química.

1.6.2. Núcleos y partículas inestables

Decaimiento β

Un núcleo inestable puede perder energía (y por ende ganar estabilidad) mediante el decaimiento llamado β. Este puede ser del tipo β^+ y β^-, cuyas reacciones son:

$$\begin{aligned} {}^A_ZY &\rightarrow {}^A_{Z-1}X + e^+ + \nu \\ {}^A_ZY &\rightarrow {}^A_{Z+1}X + e^- + \bar{\nu} \end{aligned} \tag{1.15}$$

donde e^+ es un positrón y e^- un electrón.

La energía liberada Q en esta reacción puede obtenerse de la formula semiempírica de la masa, o bien, puede ser medida.

El electrón (o positrón) emitido en este decaimiento posee en el sistema de reposo del núcleo, una energía (E_e^*) distribuida según $\sqrt{E_e^{*2} - m_e^2c^4}E_e^*(Q-(E_e^*-m_ec^2))^2$ donde se desprecian los efectos electromagnéticos. El neutrino absorbe la energía restante. Ambas energías son transformadas al sistema de laboratorio mediante $E_i = \Gamma E_i^*(1+\cos(\theta_i))$ donde θ_i es el ángulo entre la velocidad del electrón y la del núcleo.

Decaimiento del pión y del muón

Existen otras partículas inestables aparte de determinados núcleos atómicos que serán consideradas. Estas son, los piones neutros (π^0), los piones cargados (π^+, π^-), y el muón(μ).

Un pión tiene más de una vía posible de decaimiento. No obstante las posibles vías consideradas son las siguientes:

$$\begin{aligned} \pi^0 &\rightarrow \gamma + \gamma \\ \pi^\pm &\rightarrow \mu^\pm + \nu_{\mu^\pm} \end{aligned} \tag{1.16}$$

donde $\mu^\pm$ representa el antimuón o el muón, y $\nu_{\mu^\pm}$ el antineutrino o neutrino según corresponda. De la conservación de momento-energía se puede mostrar que la energía del muón es menor que $(1 - m_\mu^2/m_\pi^2)E_\pi$.

El muón decae según la siguiente ecuación:

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \bar{\nu_{e^\pm}} + \nu_{\mu^\pm} \tag{1.17}$$

donde $e^{\pm}$ representa un positrón o electrón y $\nu_{e^{\pm}}$ el neutrino o antineutrino según corresponda.

El electrón emitido posee (en el sistema de reposo del muón) una energía distribuida uniformemente entre 0 y m_e^2/m_μ. Los neutrinos emitidos poseen entre ellos un ángulo (θ_{12}) dado por:

$$\cos\theta_{12} = \frac{p_e^{*2} - p_{\nu 1}^{*2} - p_{\nu 2}^{*2}}{2p_{\nu 1}^{*2}p_{\nu 2}^{*2}} \tag{1.18}$$

donde p_i^* representa el momento espacial de la partícula i.

Las energías de los neutrinos son transformadas luego al sistema de laboratorio mediante $E_i = \gamma(E_{\nu i}^* - p_{\nu i}^* \cos\theta_i)$, donde θ_i representa el ángulo del i-ésimo neutrino con la linea de visión.

Otras partículas

Se despreciarán la interacción de los neutrinos con la materia y los efectos de oscilaciones de sabor de los neutrinos. Los electrones y positrones son frenados por los fondos de radiación, generando cascadas electromagnéticas que dan lugar a fotones que llegan con energías por debajo del TeV.

Capítulo 2

Ecuación de propagación y presentación del Software SimProp

"Nothing is too hard. Some things are too fast"
— Zach Weinersmith

Existen diversos códigos públicos para estudiar la interacción de rayos cósmicos ultra-energéticos con los fondos de radiación presentes en el medio intergaláctico. Varían en cómo modelan las interacciones con los fondos de radiación, así como en su tratamiento de los campos magnéticos extragalácticos.

En el presente trabajo se hará uso del código *SimProp* [6] que sigue la evolución temporal de una partícula, calculando sus pérdidas de energía, a medida que ésta se propaga. Este código, no contempla la presencia de campos magnéticos en el Universo, por tanto, no puede seguir la trayectoria espacial de las partículas.

Este capítulo se divide en dos partes, una primer parte explica cómo se modela la propagación espacial de *UHECR* inmersos en un campo magnético turbulento, y el algoritmo utilizado. La segunda parte hace una breve presentación del funcionamiento del *software SimProp*.

Para la asignación de condiciones iniciales el generador de números aleatorios fue el estándar de C++, en tanto para la solución de la ecuación diferencial estocástica se utilizó un generador de números aleatorios con distribución gaussiana. En ambos casos el valor semilla fue el reloj interno de la computadora.

El presente trabajo se enfocará en seguir la evolución del núcleo primario. Esto es, el núcleo de mayor masa que se lleve la mayor cantidad de energía.

Para ello se realizará una simulación utilizando el *software* SimProp. De la misma se extraerá iteración a iteración la información sobre el núcleo primario. A continuación, dicha información alimentará una simulación de propagación en un campo magnético.

2.1. Propagación de una partícula ultrarrelativísta en un campo magnético turbulento

Es importante realizar la siguiente aclaración. Se considera que la partícula se encuentra siempre en el régimen ultrarrelativísta (la energía en reposo es despreciable frente a la energía cinética), por lo que se considerará que el módulo de su velocidad es **c**. Se juzgó correcta esta aproximación debido a que las partículas consideradas poseen una masa menor a 100 GeV, y las energías consideradas están en el rango de 0,01 EeV a 1000 EeV.

2.1.1. Ecuación de movimiento estocástica

Cuando una partícula cargada se propaga en un campo magnético, esta sufre deflexiones en su trayectoria debidas a la fuerza de Lorentz:

$$\frac{d\hat{n}}{dt} = \frac{Zec}{E(t)}\hat{n} \times \vec{B}(\vec{x}, t) \tag{2.1}$$

donde $\hat{n}$ es el vector unitario que representa la velocidad, Ze la carga de la partícula, y $\vec{B}$ es el campo magnético.

Para el caso de un campo magnético turbulento esto puede modelarse mediante una ecuación diferencial estocástica [7] con deflexiones al azar a lo largo de su trayectoria. Esto se expresa como:

$$dn_i = -\frac{n_i c dt}{L_D} + \frac{1}{\sqrt{L_D}} P_{ij}(\hat{n}) dW_j \tag{2.2}$$

donde se emplea la convención de suma sobre índices repetidos. Aquí, c es la velocidad de la luz y t el tiempo, en lo sucesivo se utilizarán unidades naturales (lo que implica $c = 1$). Asimismo, $P_{ij}(\hat{n}) = \delta_{ij} - n_i n_j$ el tensor de proyección en el plano normal a $(\hat{n})$ y L_D es la longitud de difusión. Esta longitud corresponde a la distancia a la cual la partícula es deflectada un ángulo medio de 1 rad, se relaciona con el coeficiente de difusión por $L_D = 3D/c$.

El factor $d\vec{W}$ representa un proceso de Wiener [8] que cumple las siguientes condiciones:

$$\langle dW_j \rangle = 0, \langle dW_i dWj \rangle = dt\delta_{ij} \tag{2.3}$$

Consideramos un campo turbulento espacialmente homogéneo con un espectro de Kolmogorov. Este describe la distribución de la energía magnética como función del número de onda, $\omega(k) \propto k^{-5/3}$. El coeficiente de difusión para una partícula de energía E fue obtenido integrando numéricamente la ecuación de Lorentz para muchas trayectorias, obteniendo un fit analítico dado por [9],

$$L_D = L_{coh}\left[4\left(\frac{E}{E_c}\right)^2 + a_i\frac{E}{E_c} + a_l\left(\frac{E}{E_c}\right)^{2-r}\right] \tag{2.4}$$

donde $a_i = 0{,}9$, $a_l = 0{,}23$ y $r = \frac{5}{3}$ son factores adimensionales que caracterizan el espectro de energía de Kolmogorov y el resto de los simbolos mantienen su significado.

Es interesante analizar el comportamiento de la ecuación 2.4 en el límite de altas y bajas energías (cuidando de permanecer siempre en el régimen ultrarrelativísta). Cuando la energía de la partícula aumenta también lo hace la longitud de difusión. Esto es lo esperado, una partícula de muy alta energía posee un radio de Larmor grande, y no se verá deflectada significativamente por un campo magnético.

La ecuación 2.2 asume implícitamente que el universo es estático. Esto es, el factor de escala no varía y el redshift es siempre 0. Para generalizarlo al caso del Universo en expansión se introduce la dependencia de cada factor de los que depende L_D en la ecuación 2.4 y se considera la dependencia del tiempo propio t con el redshift dada por la ecuación 1.7:

$$L_D = L_{coh}(z)\left[4\left(\frac{E(z)}{E_c(z)}\right)^2 + a_i\frac{E(z)}{E_c(z)} + a_l\left(\frac{E(z)}{E_c(z)}\right)^{2-r}\right] \tag{2.5}$$

La ecuación 2.2 con su longitud de difusión definido según 2.5 será utilizada para simular la propagación de una partícula en un campo magnético turbulento en un universo en expansión.

2.1.2. Régimen balístico, y difusivo

Se analizará en primer lugar el caso estático, sin considerar la expansión del Universo.

La integración del valor de expectación de la velocidad, a partir de la ecuación 2.2 produce como resultado [7]:

$$\langle n_i(t)\rangle = \langle n_i(0)\rangle e^{-\frac{t}{L_D}} \tag{2.6}$$

donde $n_i(t)$ representa la velocidad a un tiempo t, y $n_i(0)$ la velocidad inicial.

La ecuación 2.6 nos habla de un fenómeno muy importante, la transición de un régimen balístico (la velocidad de la partícula se aparta poco de la dirección original) para $t < L_D$ a uno difusivo (la partícula difunde, se desplaza aleatoriamente) para $t > L_D$.

Si se multiplica ambos lados de la ecuación 2.6 por la velocidad inicial, y se realiza un promedio sobre un *ensemble* de partículas, es posible calcular el valor de expectación del coseno del ángulo entre la velocidad inicial y la actual. Dicho valor está regido por la expresión:

$$\langle \cos\theta(t)\rangle = e^{-\frac{t}{L_D}} \tag{2.7}$$

donde $\theta(t)$ es el ángulo entre ambas velocidades a un tiempo t, de modo que, pasado un tiempo L_D la correlación entre la velocidad inicial y la actual estará suprimida por un factor e^{-1}.

A partir de la ecuación 2.6 se puede obtener una expresión para la coordenada i en función del tiempo ($\langle X_i(t)\rangle$). Al considerar el producto de dicho resultado con la ecuación 2.6 se puede obtener la siguiente relación para el valor de expectación de la distancia al cuadrado:

$$\langle r^2(t)\rangle = 2L_D[t - L_D(1 - e^{-\frac{t}{L_D}})] \tag{2.8}$$

donde r^2 es la distancia al cuadrado recorrida por la partícula.

Esto nos da otro modo de caracterizar la transición al régimen difusivo. La ecuación 2.8 predice que la función $\frac{\langle r^2(t)\rangle}{t} \propto t$ para tiempos cortos. Esto es característico de un régimen balístico, la distancia al punto de partida crece de modo lineal con el tiempo. La misma relación se aproxima a un valor constante igual a $2L_D$ a tiempos largos. Al graficar la posición al cuadrado dividido el tiempo, cuando la función se aproxime a una constante será porque las partículas han transicionado del régimen balístico al régimen difusivo.

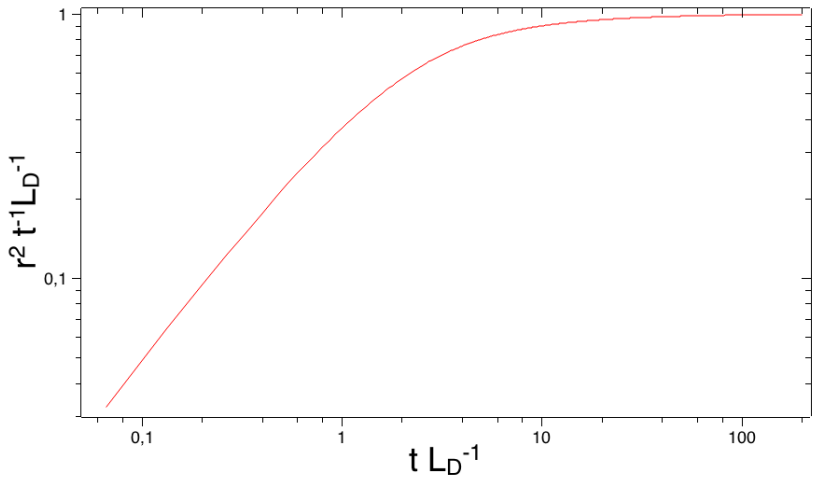

Figura 2.1: Gráfica ilustrativa de la transición del régimen balístico al difusivo.

En el ejemplo ilustrado por la figura 2.1, hasta un tiempo de 1 L_D (recordar que se están utilizando unidades naturales) la partícula se encuentra en un régimen balístico. Luego, hasta aproximadamente 10 L_D la partícula está transicionando al régimen difusivo. Después de ello, la gráfica se aproxima a una constante.

2.2. Solución numérica de la ecuación diferencial estocástica

2.2.1. Solución en un universo estático

Esta sección se centra en presentar el método utilizado para resolver la ecuación estocástica de propagación. Se considera en primer lugar el caso de un Universo estático, y luego se lo generaliza al caso de un Universo en expansión.

Para resolver la ecuación 2.2 para una única partícula (en lugar de para un ensemble de ellas o para un valor medio) se discretiza la ecuación antes mencionada del siguiente modo:

$$\Delta n_i = \frac{\Delta x}{L_D} n_i + \sqrt{\frac{\Delta x}{L_D}} [(1 - n_i n_i) k_i - \sum_{i \neq j} n_i n_j k_j] \tag{2.9}$$

donde Δx representa el paso en el espacio que da la partícula en una iteración del método, y k_j representa un número aleatorio distribuido normalmente con media 0 y desviación estándar 1.

El reemplazo de los diferenciales por una diferencia en avance finita se conoce como el método de Euler [10]. Este método es sencillo de implementar y demanda menos recursos de la computadora que otros métodos numéricos.

La elección del paso Δx debe tener en cuenta dos factores. El primero, que sea lo bastante pequeño como para que el error numérico afecte lo menos posible los resultados. El método de Euler es conocido por tener problemas de conservación de la energía y de estabilidad numérica si el paso tomado es demasiado grande [11]. El otro factor a considerar debe tenerse en cuenta que un paso muy pequeño puede poseer problemas de representación en la computadora y hará que el programa demande más tiempo en completarse. Para las simulaciones relativas a un Universo estático se utilizó un paso tal que $\Delta x = L_D/100$.

El algoritmo utilizado para simular la propagación de las partículas en presencia de un campo magnético turbulento es el siguiente.

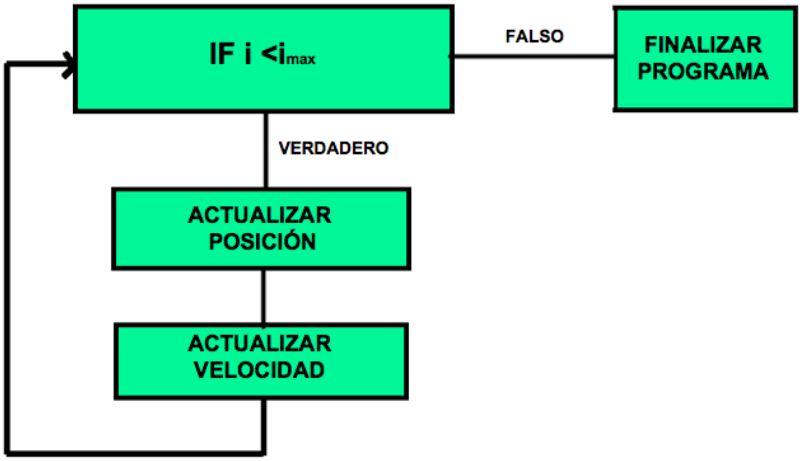

Figura 2.2: Flujo del programa para resolver la ecuación 3.1 numéricamente. El factor i_{max} representaba el número máximo de iteraciones que realizaba el programa. Se lo fijó en $i_{max} = 10^6$.

Primeramente, a partir de la velocidad calculada en la iteración anterior del método, se propaga la partícula en un paso Δx. Esto actualiza la posición de la partícula.

Luego, para cada componente de la velocidad, se genera un número aleatorio con distribución normal. A partir de ellos se calcula el cambio en cada componente de la velocidad, utilizando la ecuación 2.9. La velocidad así obtenida se normaliza nuevamente.

2.2.2. Solución en un universo en expansión

Al incorporar la expansión del Universo el algoritmo expuesto en la sección anterior no debe ser totalmente abandonado. Para considerar la expansión del Universo se debe cambiar el modo en que se calcula el paso en el espacio. A su vez, la expansión del Universo hace que la longitud de difusión deba recalcularse en cada iteración del método numérico. Como se explicó en el capítulo 1, esta expansión cambia los valores del campo magnético y de la energía de la partícula.

Para la discretización de la ecuación 2.2 se consideró un paso constante en el redshift. Se fijó un paso constante en redshift en lugar de en el tiempo, pensando en simplificar su integración con el *software SimProp*.

A partir del paso en redshift, el correspondiente paso en el espacio puede determinarse inmediatamente de la ecuación 1.8. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el paso debe ser mucho menor que L_D para que la ecuación estocástica represente adecuadamente la propagación, considerando como valor límite $\Delta x_{max} = L_D/20$.

Si el valor correspondiente al paso en el redshift es menor que ΔX_{max} , se le asignará dicho valor al paso. Caso contrario se asignará $\Delta x/n$, y el programa ejecutará n iteraciones, con n dado por:

$$n = [\frac{\Delta x(z)}{\Delta x_{max}}] + 1 \tag{2.10}$$

donde, [...] es la función parte entera.

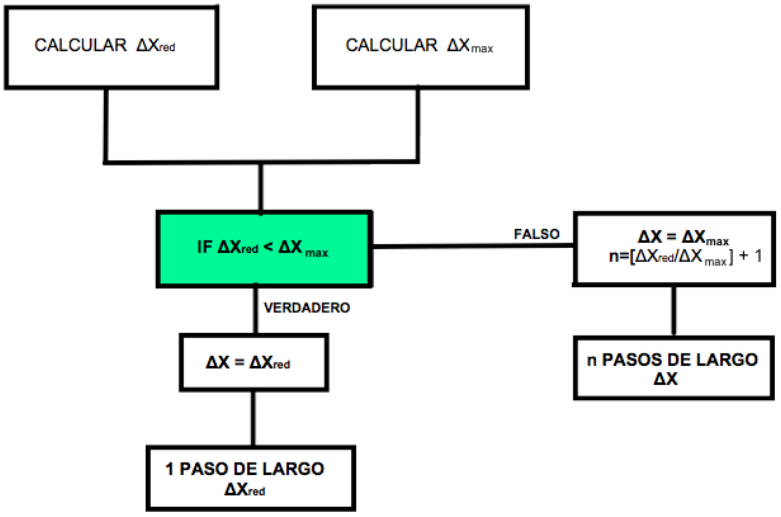

Figura 2.3: Esquema ilustrativo del proceso para la elección del paso Δx utilizado en la discretización de la ecuación de movimiento.

Elegido el paso en el espacio se aplica el método detallado en la sección anterior. Una vez calculada la nueva velocidad de la partícula, se procede a calcular nuevamente el paso en el espacio y tiempo. Luego se calcula la energía de la partícula en el nuevo redshift. Con ello se calcula el nuevo coeficiente de difusión. Hecho esto el proceso anterior se repite hasta que la partícula llegue a un *redshift* $z = 0$ (llegada a la Tierra). En dicho punto se detiene la propagación de la partícula.

2.3. Resultados obtenidos para un Universo estático

Se simuló la propagación de 1000 partículas, para un campo magnético con una amplitud $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$, y una longitud de coherencia $L_{coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$. Las energías analizadas fueron de 0.01, 1, 2, 5, 10, 20 y 50 EeV. Para el estudio de la variación del coeficiente de difusión en energía se analizaron también energías de 0.02, 0.05, 0.1, 0.2 y 0.5 EeV. Las partículas propagadas fueron núcleos de ${}^{1}_{1}H$.

El número de partículas fue elegido tratando de minimizar el tiempo que tardaba el programa en completarse, teniendo en cuenta que un número pequeño produce resultados que varían mucho entre dos simulaciones y con una gran dispersión. Se decidió que con 1000 partículas se obtenía un buen compromiso entre ambos factores.

Aquí se detallan y discuten los resultados obtenidos para el estudio de la evolución temporal de partículas inmersas en un campo magnético. Las variables analizadas fueron, el valor medio del cuadrado de la distancia en función del tiempo y el ángulo medio entre la velocidad inicial y la actual.

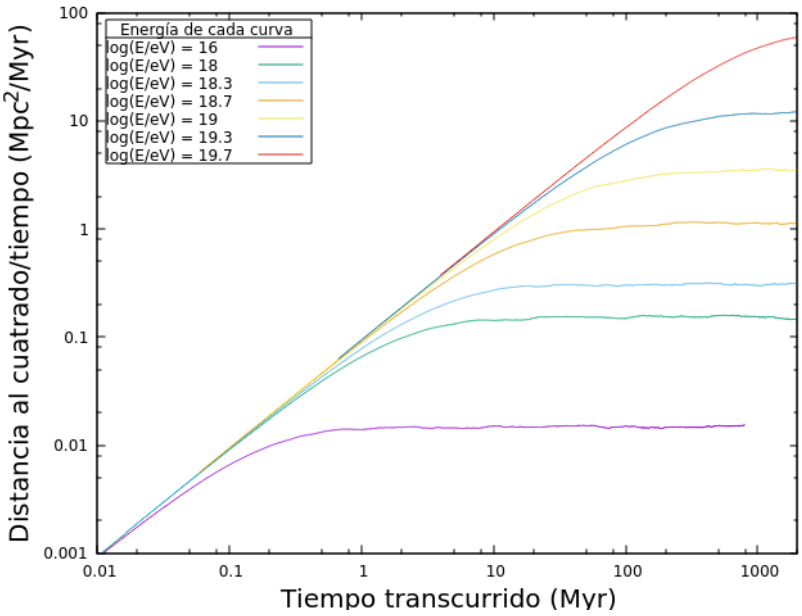

Figura 2.4: Valor medio del cuadrado de la distancia dividido por el tiempo transcurrido en función del tiempo transcurrido para 1000 partículas, en un campo $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$ y una $L_{coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$. Notar que en todos los casos se observa la transición predicha.

La figura 2.4 muestra el valor de $\langle r^2(t)\rangle$ dividida por el tiempo como función de este último para diferentes energías. En esta imagen puede observarse la transición entre el régimen balístico a tiempos cortos, y el régimen difusivo a tiempos largos, según se explicó en la sección 2.1.2. Tal y como se esperaba las partículas con una mayor energía tardan un mayor tiempo en transicionar.

El tiempo en que se alcanza el régimen difusivo se extiende a lo largo de varios ordenes de magnitud. Por ejemplo, para una energía de 0,01 EeV se alcanza en torno a 1 Myr, en tanto para 50 EeV a 1 Gyr todavía no se ha alcanzado dicho régimen.

Analizando el límite para tiempos largos de la ecuación 2.8 se ve que el valor alcanzado a tiempos largos es proporcional a la longitud de difusión de la partícula. Concretamente, dicha ecuación se aproxima a $2L_D ct$ en dicho límite.

A tiempos largos (cuando ya se alcanzó el plateau del régimen difusivo), se realizó un ajuste por mínimos cuadrados a cada curva para contrastarlos con los valores de la ecuación 2.8. Los resultados se muestran en la figura 2.5.

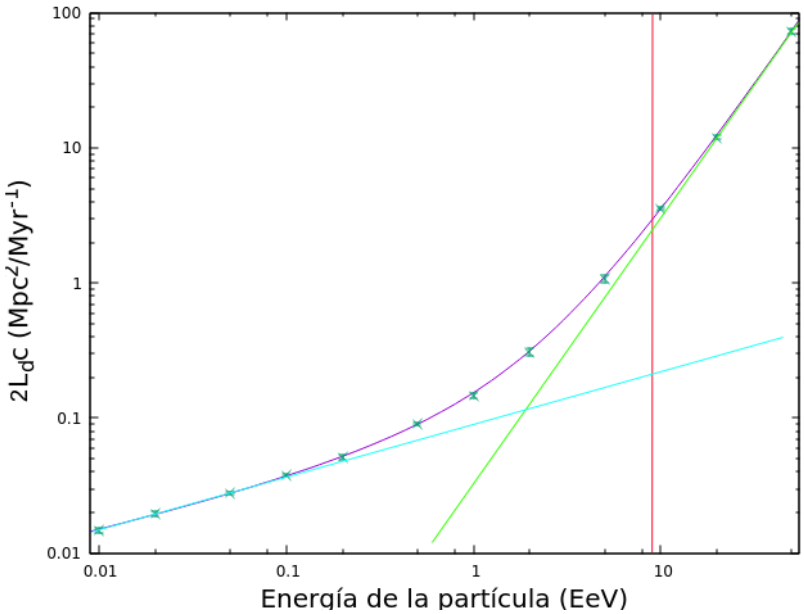

Figura 2.5: Valor de $2L_D c$ en función de la energía. La curva violeta representa la predicción dada por la ecuación 2.8. Los puntos representan los resultados de las simulaciones a determinadas energías.

En la figura 2.5 la linea roja marca el valor de la energía crítica, la recta verde la tendencia a energía altas, y la celeste la tendencia a energía bajas. Se puede ver que a energías altas el coeficiente de difusión escalea como la energía al cuadrado. A energías bajas, el término $\sim E^{1/3}$ es el determinante. En todas las energías analizadas el valor del ajuste para la longitud de difusión coincide, dentro de su incerteza, con el de la ecuación 2.8.

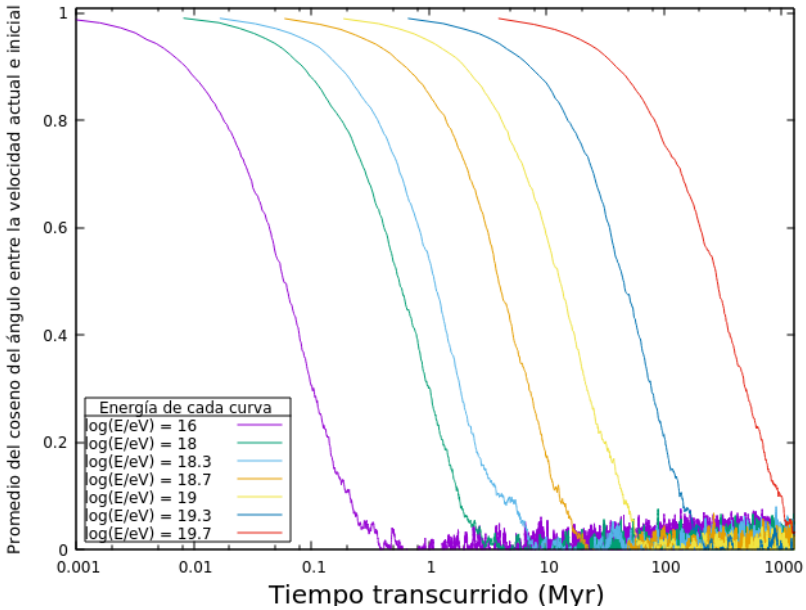

Figura 2.6: Promedio del coseno del ángulo entre la velocidad actual de cada partícula y su velocidad inicial para 1000 partículas. El campo magnético era de una amplitud $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$ y una $L_{coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$.

En la figura 2.6 se muestra el valor medio del ángulo entre la velocidad inicial y la actual en función del tiempo para diferentes energías. Se observa que las partículas de mayor energía tardan más tiempo en perder información de sus condiciones iniciales.

Las partículas de menor energía sufrirán una deflexión mayor por efecto del campo magnético. De hecho, si su energía es menor que la energía crítica, sufrirán grandes deflexiones antes de recorrer una distancia de L_{coh}, según se explicó en el capítulo 1.

2.4. Resultados para un Universo en expansión

En esta sección se reproducen resultados de la sección 2.3, incorporando la expansión del Universo. Se comparan en cada caso los resultados y se discuten la diferencias que existen entre ambos casos. Asimismo se incorporan resultados que no tienen un análogo en la sección anterior. Estos son, las distribuciones en distancias entre el punto final y la fuente y las energías finales, y el ángulo medio entre la dirección de llegada y la velocidad como función de la energía de llegada. Se estudian también los espectros en energía de las partículas y la dependencia de estos con la distancia a la que se hallan las fuentes. El objetivo es analizar que efectos introduce la expansión del Universo en la propagación de partículas cargadas por el mismo.

2.4.1. Transición del régimen balístico al difusivo

Se generaron 1000 partículas con una misma energía con un *redshift* inicial de $z_0 = 1$. Las energías iniciales consideradas son de 0.01, 1, 2, 5, 10, 20 y 50 EeV. En cada caso a todas las partículas se les asignaron las mismas condiciones iniciales de modo tal que tuviera sentido considerar los valores medios sobre un *ensemble* de ellas. Las partículas propagadas fueron núcleos de ${}^1_1H$.

Se analizó como evolucionaba la distancia cuadrada media dividida por el tiempo transcurrido para diferentes energías. El resultado se muestra en la figura 2.7.

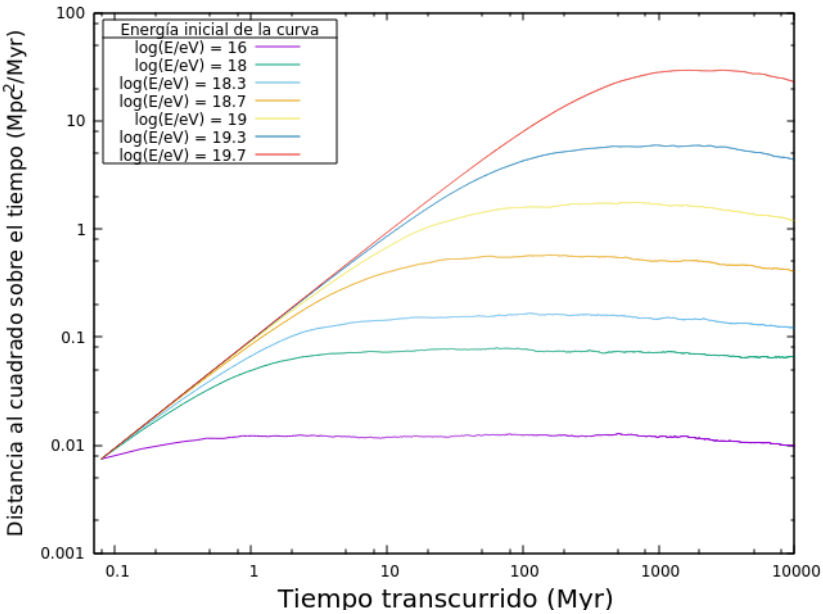

Figura 2.7: Evolución de la distancia cuadratica media dividida por el tiempo. El campo magnético actual era de $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$ y una longitud de correlación de $L_{0coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$. Las leyendas corresponden a la energía inicial.

Puede notarse que ninguna curva parece llegar a un plateau, o valor constante, y mantenerse en el mismo. Esto se debe a la expansión del Universo. Al expandirse el espacio, la ecuación 1.9 nos dice que una partícula ultrarelativísta pierde energía a medida que se propaga. La ecuación 3.5 muestra a su vez que una menor energía conduce a un menor coeficiente de difusión. Por tanto, la curva para $\langle r^2 \rangle / t$ luego de alcanzar un máximo disminuye su valor a medida que el Universo se expande. Esto es consistente con lo reportado en la bibliografía consultada [12].

El máximo de la curva de una energía inicial de 10 EeV ocurre en torno a los 600 millones de años. Esto, nuevamente, es consistente con lo reportado en la literatura consultada [12].

Nuevamente se observa que el tiempo que toma la transición del régimen balístico al difusivo depende fuertemente de la energía, variando entre 1 Myr y 1 Gyr. No se observa una diferencia apreciable para dichos tiempos con respecto al caso de un Universo estático.

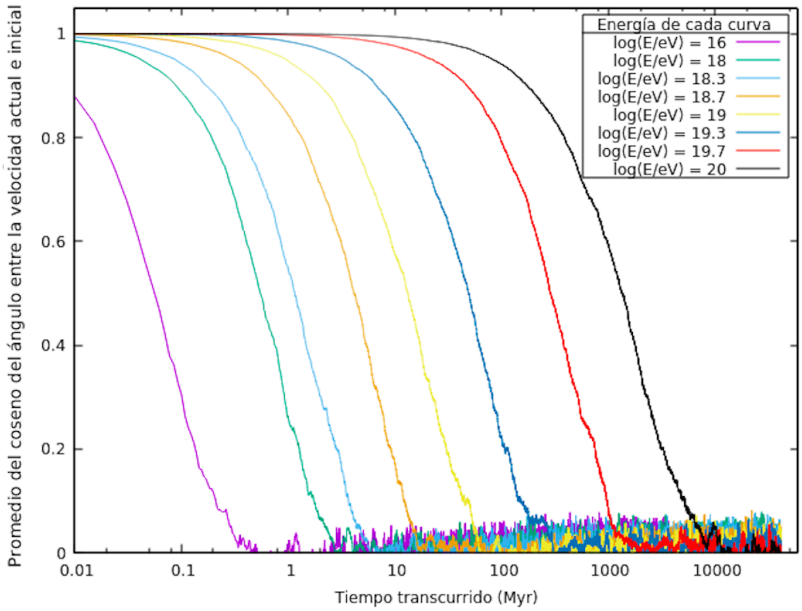

Figura 2.8: Valor medio del coseno del ángulo entre la velocidad actual e inicial. El campo magnético inicial era de $B_{0amp} = 10\,\mathrm{nG}$ y una longitud de correlación inicial de $L_{0coh} = 1\,\mathrm{Mpc}$. Las leyendas corresponden a la energía inicial.

La figura 2.8 muestra el valor medio del coseno del ángulo entre la velocidad inicial y la actual en función del tiempo para diversas energías. Nuevamente se observa una pérdida de la información de las condiciones iniciales para las partículas a todas las energías. Se observa nuevamente que las partículas de una energía más alta tardan más tiempo en perder información de dichas condiciones.

2.4.2. Distribución de las partículas que llegan a la Tierra

Aquí queremos estudiar las partículas que llegan a la Tierra, enfocandonos en que condiciones llegan a la Tierra. Las variables analizadas en la presente sección fueron: el valor medio del coseno del ángulo entre la dirección y la velocidad de arribo, y la distancia media a la fuente como función de la energía de llegada.

Para realizar estos análisis se generaron 10^6 partículas con una energía distribuida según $\propto E^{-1}$ en el rango de 0.01 a 1000 EeV, con un *redshift* inicial elegido uniformemente entre 0 y 1. El número de partículas generadas fue mayor debido a que la información que se solicitaba como salida del programa permitía simular un gran número partículas sin que se tardara un tiempo excesivo en completar el programa y permitía obtener una mejor estadística. Nuevamente se propagaron núcleos de ${}^1_1H$.

En todas las figuras en las que se encuentren presentes las barras de error indican el intervalo de confianza de 68 %.

La figura 2.9 muestra la distancia media a la fuente en linea recta en el momento en que la partícula incidente llega a la Tierra como función de la energía de llegada a la Tierra.

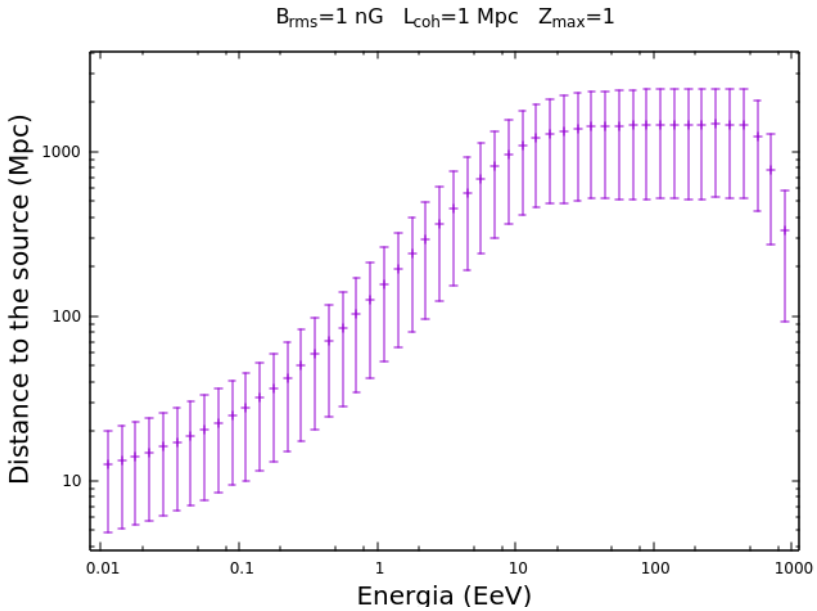

Figura 2.9: Distancia media en linea recta a la fuente en el momento en que la partícula llega a la Tierra como función del logaritmo de la energía final. Se utilizó un binning en logaritmo de base 10 de la energía de 0.04.

Las partículas de menor energía llegan en promedio de fuente más cercanas, y lo mismo se puede decir de las partículas de muy alta energía. Esta falta de homogeneidad en la distribución se entiende de como se propagan las partículas.

En el rango de energías analizadas, las partículas provenientes de los mayores redshifts considerados se encuentran ya en el régimen difusivo para el momento en que llegan a la Tierra (ver figura 2.7).

Una partícula de mayor energía sufre menores deflexiones por efecto del campo magnético. Por tanto, para un punto de origen a una dada distancia, es más probable que pueda llegar a la Tierra.

Se puede observar que a las energías de arribo más altas (superiores o iguales a $\sim$ 300 EeV) existe una disminución en la distancia media a la fuente. Esto puede deberse a que la energía máxima simulada fue de 1000 EeV, y estas partículas perdieron energía al expandirse el Universo. Una partícula de muy alta energía, pero que se haya generado en un *redshift* lejano verá su energía degradada según 1.9. Por tanto, una partícula a estas energías solo puede provenir de una fuente cercana.

Por ejemplo, una partícula con una energía inicial de 1000 EeV que se propague desde

un $z = 1$ arribará con una energía de 500 EeV. En tanto una partícula de la misma energía inicial que se propague desde $z = 0{,}1$ tendrá una energía final de $\sim$ 900 EeV.

Es destacable la meseta que se observa para la envolvente superior entre energías de $\sim$ 10 EeV y $\sim$ 300 EeV. Puede verse que dicha distancia es de $\sim$ 3280 Mpc. Dicha distancia es la que se obtiene de integrar la ecuación 1.8 entre 0 y 1, y es la máxima distancia de la que pueden provenir partículas generadas en dicho rango de *redshift*.

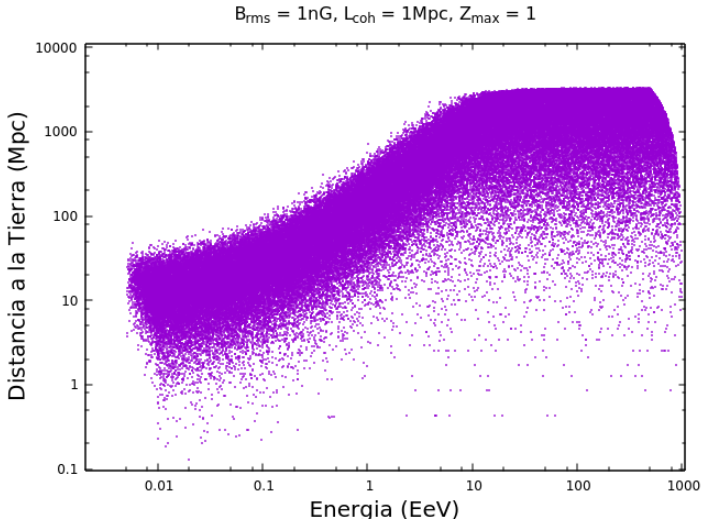

Figura 2.10: Gráfico de dispersión de la energía final de las partículas y de las distancias a la fuente. Notar la presencia de un horizonte magnético que crece con la energía.

La figura 2.10 muestra la distribución de las partículas en función de la energía y de la distancia de su fuente de origen a la Tierra. Notar que la envolvente superior debida al tiempo finito que lleva emitiendo la fuente es un límite rígido para las distancias a las fuentes, en tanto el horizonte magnético presenta cierta dispersión.

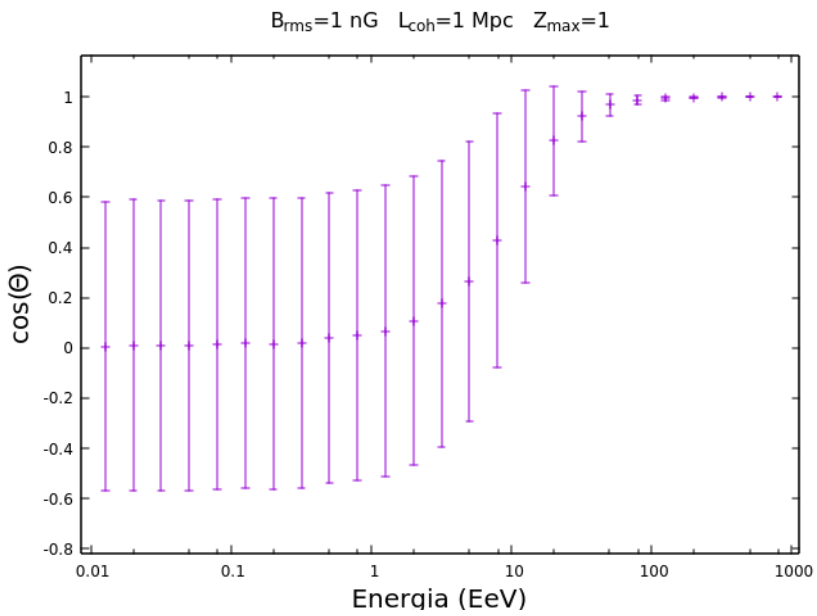

Figura 2.11: Coseno del ángulo entre la velocidad y la dirección de las partículas en el momento de su llegada a la Tierra.

La figura 2.11 muestra el valor medio del coseno del ángulo entre la velocidad y la posición en el momento de su llegada a la Tierra. Se observa que a energías más altas dicho valor se aproxima a 1. El motivo de esto son nuevamente las menores deflexiones que sufren las partículas de alta energía. Estas arriban preferentemente con la velocidad alineada en torno a la dirección de la que provinieron, ya que las deflexiones que introduce el campo magnético son pequeñas. A bajas energías las partículas arriban distribuidas isotrópicamente respecto a la dirección de la que provinieron.

2.5. Interacción de las partículas con fondos de radiación

2.5.1. Breve presentación sobre el *Software SimProp*

La información presentada en esta sección se extrajo del artículo *"SimProp v2r4: Monte Carlo simulation code for UHECR propagation*, [6]. Una corrida del *software SimProp* está conformada por N eventos, cada uno de los cuales a su vez consiste en:

- generar una partícula con un número de masa A_{inj}, a energía E_{inj} elegida según una ley de potencias, en un redshift Z_{inj} elegido uniformemente al azar entre 2 valores. Estos valores están fijados, pero pueden ser modificados por el usuario al comienzo del programa.

- un intervalo entre que la partícula se genera y decae (si es inestable), o llega a la Tierra. En dicho intervalo la partícula interactúa estocásticamente con el fondo de radiación de microondas(CMB) y con el fondo de luz extragaláctico (ELB).
- La información de cada partícula es almacenada en una *branch* de un árbol (estructura de almacenamiento de datos).
- En cada iteración la partícula pierde energía de modo continuo.

Propagación de protones y de núcleos estables

La partícula se propaga desde su punto de origen en Z_{inj}, con el intervalo en *redshift* dividido en n pasos. En el paso n la partícula llega a la Tierra y es detectada. En cada paso existen dos tipos de procesos que la partícula puede sufrir :

- **pérdidas continuas de energía**, son deterministas. Estas perdidas pueden deberse a la expansión del Universo, la producción de pares por interacción con fotones del CMB o incluso (dependiendo de la configuración inicial del programa) producción de piones por interacción con esos mismos fotones,
- **interacciones estocásticas** con los fondos de radiación. En estas el punto de interacción, la energía involucrada, el número de partículas hijas son elegidas estocásticamente. Los procesos más importantes de este tipo son fotodesintegración del núcleo y producción de piones. Por *default* esto solo ocurre con fotones del CMB, pero puede configurarse de modo tal que los fotones del EBL también estén involucrados.

Pérdidas continuas de energía

Las pérdidas continuas de energía se obtienen de la integración numérica de la ecuación para el logaritmo del factor de Lorentz según se describe en [13].

El número de pares electrón-positrón (n_{pares}) generados en cada paso se obtiene de una distribución de Poisson:

$$n_{pares} = \frac{1}{K} \ln \left[\frac{\Gamma_{i-1}}{1+z_{i-1}} \frac{1+z_i}{\Gamma_i} \right], K = \frac{2m_e}{Am_N + 2M_e} \tag{2.11}$$

donde Γ_{i-1} y Γ_i son el factor de Lorentz en la iteración anterior y en la iteración actual del método numérico, z_{i-1} y z_i el redshift de la partícula en la iteración anterior y actual, m_e la masa del electrón, m_N la masa de un nucleon y A el número de masa

de la partícula. Implícita esta la suposición de que cada par tiene K veces la energía original.

Para este proceso el punto de interacción se elige uniformemente al azar entre z_{i-1} y z_i. La energía de la interacción es elegida como $2^{-1}KAm_n\Gamma$ con $ln\Gamma$ elegido uniformemente al azar entre $ln\Gamma_{i-1}$ y $ln\Gamma_i$.

A continuación se detalla cómo el *software SimProp* simula los procesos explicados en la sección 1.6.

Interacciones discretas

El modelo utilizado para evaluar los valores de las secciones eficaces de interacción es por default el desarrollado por Puget, Stecker y Bredekamp [14], con ulteriores refinamientos [15]. Es posible configurar el programa de manera tal que utilice el modelo TALYS [16].

Cuando una partícula ha interactuado es necesario determinar la energía involucrada en dicha interacción, el tipo, número y energía de la partículas hijas (si las hay). Para cada proceso estas magnitudes son elegidas de acuerdo al siguiente método:

- **fotodesintegración**: Se elige al azar uno de los posibles modos en los que puede ocurrir este proceso, con una probabilidad proporcional a la tasa de interacción correspondiente. Todas las partículas hijas heredan el factor de Lorentz del núcleo madre.
- **fotoproducción de piones**: Si la partícula incidente es un núcleo, el nucleón responsable es elegido al azar. El *software SimProp* aproxima todos los procesos de este tipo como producción de un pión, la probabilidad de producción de un pión neutro (π^0) es de 2/3, y la de producir un pión cargado (ya sea π^+ o π^- es de 1/3.

Decaimiento beta

El *software SimProp* asume que estas partículas decaen instantáneamente y que su longitud de decaimiento es menor que cualquier otra.

Se asume que los neutrones y núcleos no estables que decaen por el decaimiento β lo hacen instantáneamente. Para un dado valor de número de masa A, se obtiene de una tabla cual es el núcleo estable.

La energía liberada por el decaimiento se lee de una tabla o se estima utilizando la formula semiempírica de la masa. La energía del electrón emitido en el sistema del núcleo en reposo se elige al azar de la distribución mencionada en el capítulo 1. El neutrino se lleva la energía restante. Para el cálculo de las energías en el sistema de referencia fijo a la Tierra el factor $(1 + \cos\theta_i)$ es elegido uniformemente al azar entre 0 y 2.

Los productos de decaimiento en este caso son el núcleo hijo, el neutrino y el electrón o positrón.

Decaimiento del pión y del muón

Para el decaimiento del pión neutro las energías de los dos fotones producidos son elegidas uniformemente al azar. En el caso del pión cargado,la energía del muón E_μ se elige uniformemente al azar entre 0 y $(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2 E_\pi})$.

Para el decaimiento del muón las energías involucradas se eligen de modo análogo al decaimiento del pión. La energía en el sistema en reposo de los neutrinos se eligen de modo independiente uniformemente al azar entre $\frac{m_\mu}{2} - \frac{m_e^2}{m_\mu}$. El electrón se lleva el resto de la energía. Los ángulos no determinados de la conservación del momento o por relaciones trigonométricas son elegidos isotrópicamente al azar.

2.6. Resultados para un escenario con campo magnético e interacciones

Se simuló la propagación de 10^6 protones, generados con una energía inicial entre 0.01 y 1000 EeV, y distribuidos uniformemente en el tiempo de emisión de la fuente.

El caso de la propagación de protones es interesante, ya que fueron las partículas estudiadas en las secciones anteriores. Además, permiten estudiar la propagación de núcleos atómicos que no sufren decaimientos. Esto permite estudiar como se modifica el espectro en energía (de los protones) generados por la interacción con los fondos de radiación sin tener que considerar núcleos secundarios.

Aquí la escala de colores indica el número de partículas que hay en un dado pixel. Se muestra una escala continua porque se realizó una interpolación, afín de que las transiciones entre colores fueran suaves-

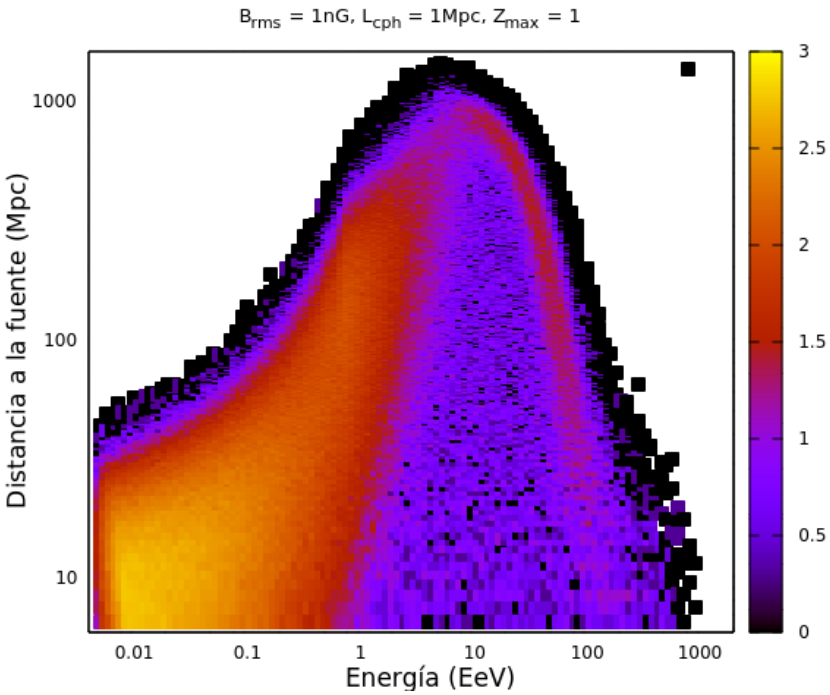

Figura 2.12: Mapa de colores de la distancia final a la fuente vs energía de llegada. Notar que sigue estando presente el horizonte magnético y la disminución de distancias a altas energías.

La figura 2.12 muestra el efecto que tienen las interacciones sobre las distancias finales a las fuentes. El horizonte magnético a bajas energía es similar al caso anterior, sin interacciones. Esto es esperable, a bajas energías los efectos del fenómeno de producción de pares y/o fotoproducción de piones son pequeños.

La mayor diferencia ocurre a altas energías. Aquí no se encuentra la meseta de la envolvente superior. Aparece, en cambio, un nuevo horizonte debido a las pérdidas de energía por interacciones. El efecto del campo magnético es, en este caso, pequeño por encima de $\sim 5\,\mathrm{EeV}$. Se observa una supresión intensa de la distancia máxima. Partículas de muy alta energía que se originan a gran distancia pierden energía por efecto de las interacciones.

Se observa también, un fenómeno de *pile-up* a energías entre 10 y 100 EeV. Las partículas a una dada energía y distancia (mayor a su longitud de atenuación) pierden energía por efecto de interacciones. Cuando su energía y distancia a la Tierra caen por debajo de la curva negra mostrada en 1.2 dejan de perder energía por este mecanismo. La pérdida de energía por expansión del Universo sigue estando presente. Esto conduce a que a altas energías, un grupo muy grande de partículas lleguen a la Tierra con energías similares.

Capítulo 3

Espectro de las partículas que llegan a la Tierra

"Okay this little maneuver is going to cost us another fifty-one years."
— Interstellar-Christopher Nolan

El presente capítulo se desarrollará del siguiente modo. Primeramente se expone qué factores afectan el flujo proveniente de una fuente y se enuncia con que distribución espacial de ellas se trabajará. Se mostrarán a continuación los resultados para el flujo proveniente de una fuente. Mostraremos cómo es afectado por la intensidad del campo magnético y tiempo de emisión de la fuente.

Continuamos por mostrar el flujo proveniente de un ensemble de fuentes, y su dependencia con los mismos parámetros, poniendo énfasis en como se modifica el flujo por efecto del campo y de las interacciones. Se comparan brevemente los resultados para un escenario con y sin interacciones.

Se define también un factor de supresión del espectro. Se analiza su dependencia con la densidad de fuentes e intensidad de campo magnético. Se propone una modificación al ajuste encontrado en la literatura para considerar los efectos de interacciones a altas energías.

Por último se estudian la composición final de fuentes que emiten núcleos de hierro, así como el flujo detectado en la tierra.

3.1. Flujo proveniente de una fuente

Primero enunciaremos un importante resultado conocido como el teorema de propagación.

Consideremos fuentes idénticas distribuidas de manera isótropa en el espacio, siendo **d** la separación entre ellas. Si **d** es menor que todas las otras longitudes características de propagación (longitud de atenuación, de difusión). Entonces el campo magnético no afecta la forma del espectro de energía. Una prueba de este teorema puede encontrarse en [17].

La solución de la ecuación de difusión para una fuente a distancia r_s en un campo turbulento isótropo en un universo en expansión es [18],

$$J_S(E) = \frac{c}{4\pi}\int_0^{z_{max}} dz \left|\frac{dt}{dz}\right| Q[E_g(E,z),z]\frac{exp[-r_s^2/(4\lambda^2)]}{(4\pi\lambda^2)^{3/2}}\frac{dE_g}{dE} \tag{3.1}$$

donde z_{max} es el *redshift* en el que empezó a emitir la fuente, E_g la energía en el momento de su origen de una partícula a un *redshift* z con energía E en $z = 0$, Q es el espectro de la fuente, λ es la variable de Syrovatskii generalizada, la cuál se define como,

$$\lambda^2(E,z) = \int_0^z dz' \left|\frac{dt}{dz'}\right| (1+z')^2 \frac{L_D(E_g,z')}{3} \tag{3.2}$$

donde L_D es la longitud de difusión.

3.1.1. Distribución de fuentes

En presencia de una distribución de fuentes a distancias r_i, el flujo total será la suma de los flujos individuales. El único factor que depende explícitamente de la posición de las fuentes en la ecuación 3.1 es la exponencial. Ello permite definir un factor $F = n_s^{-1}\sum_i exp(-r_i^2/4\lambda^2)(4\pi\lambda^2)^{-3/2}$. Este factor contiene la dependencia de las distancias a las fuentes y del campo magnético, a través de la variable λ.

Este factor nos permite distinguir entre 2 escenarios. En el primero, de distribución continua de fuentes se puede reemplazar la suma sobre fuentes por la integral:

$$\int_0^\infty dr 4\pi r^2 \frac{e^{-r^2/4\lambda^2}}{(4\pi\lambda^2)^{3/2}} = 1 \tag{3.3}$$

En un escenario de distribución continua el espectro no dependerá de λ y la difusión no afecta la propagación. Es válido el teorema de propagación.

Para el escenario de distribución discreta debemos considerar una distribución en particular de las fuentes.

En el presente trabajo se supondrá una distribución homogénea e isótropa de fuentes, con una densidad n_s. A partir de ella se puede definir una distancia media entre fuentes como $d_s = n_s^{-1/3}$. Los escenarios más típicos que consideraremos tendrán $10\,\mathrm{Mpc} < \mathrm{d_s} < 100\,\mathrm{Mpc}$. En dicho escenario la distancia promedio a la i-ésima fuente más cercana es $r_i = (3/4\pi)^{1/3} d_s \Gamma(i + 1/3)/(i - 1)!$.

Aquí también podemos definir un parámetro que será importante: $X_s = d_s/\sqrt{R_H L_{coh}}$, donde $R_H = H_O^{-1} \approx 4{,}3\,\mathrm{Gpc}$ es el radio de Hubble.

Al realizar una suma sobre esta distribución de fuentes se obtiene que el factor F es menor o igual a 1. Se encuentra que puede ser descripto por el siguiente ajuste,

$$F_{fit} \approx \exp\left[-\left(\frac{\mathrm{d_s}}{6\lambda}\right)^3\right]. \tag{3.4}$$

La ecuación 3.4 habla de una supresión del flujo por efecto de tener una distribución discreta de fuentes. Esta supresión del flujo será relevante en la propagación a bajas energías de una partícula inmersa en un campo magnético, cuando la longitud de difusión sea menor a la distancia entre fuentes.

3.2. Flujo de las fuentes en un escenario donde sólo se inyectan protones

Primeramente se estudia la dependencia del flujo de una fuente individual con diversos parámetros. Luego se estudió el flujo de un *ensemble* de fuentes. Se comparan los casos en que solo hay campo magnético o interacciones con fondos de radiación con aquél en que ambos fenómenos están presentes. Por último se estudia el flujo de núcleos atómicos más pesados.

Para estos últimos están permitidos los procesos de foto-desintegración y decaimiento β mencionados en la sección 1.6. Por tanto es de esperar que se modifique la composición de los rayos cósmicos entre su generación y su arribo a la Tierra.

A las partículas se les asignó un peso de $1/E_{ini}$ para el cálculo del flujo de las fuentes y factores de supresión a fin de que su espectro fuera más cercano al real.

3.2.1. Flujo de una fuente individual

Esta sección analiza el efecto que tienen los campos magnéticos y la interacciones sobre el flujo proveniente de una fuente. La Figura 3.1 muestra el flujo que llega desde una fuente a una distancia de 36 Mpc multiplicado por E^2. El espectro de salida de la fuente es E^{-2}, de modo que en el caso sin campo magnético ni interacciones se espera una constante. En lugar de ello se puede apreciar un rango de energías donde es constante, seguido de un aumento del flujo para energías más bajas que es debido a la difusión. A las energías más bajas aparece una supresión del flujo debido al horizonte magnético, las partículas no tienen tiempo suficiente de llegar a la Tierra. La supresión a las energías más altas que se observa está causada por la interacciones con los fondos de radiación.

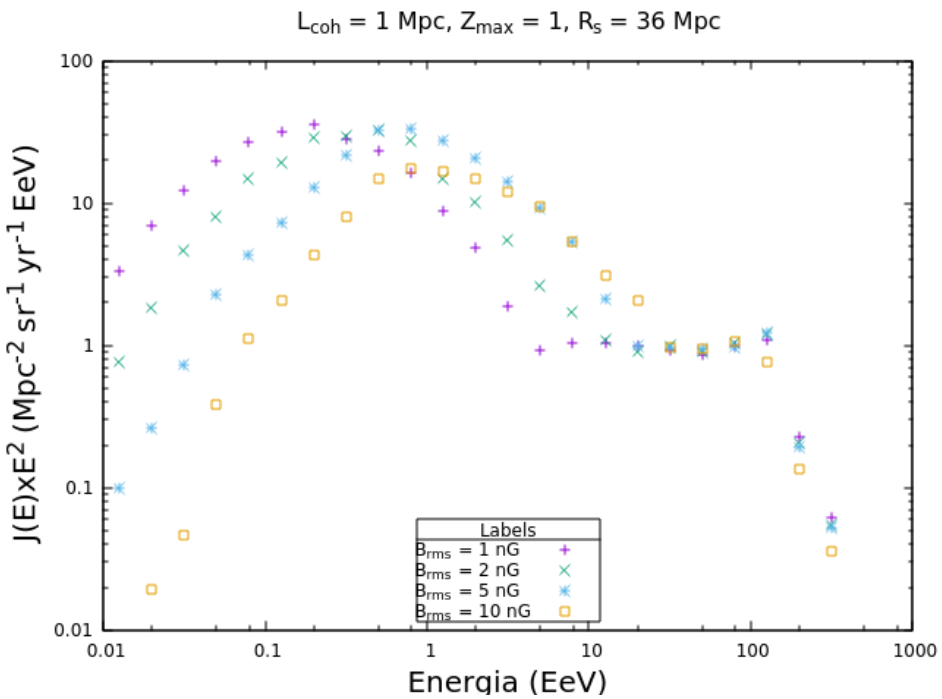

Figura 3.1: Flujo de la primer fuente en función de la energía para diferentes intensidades del campo.

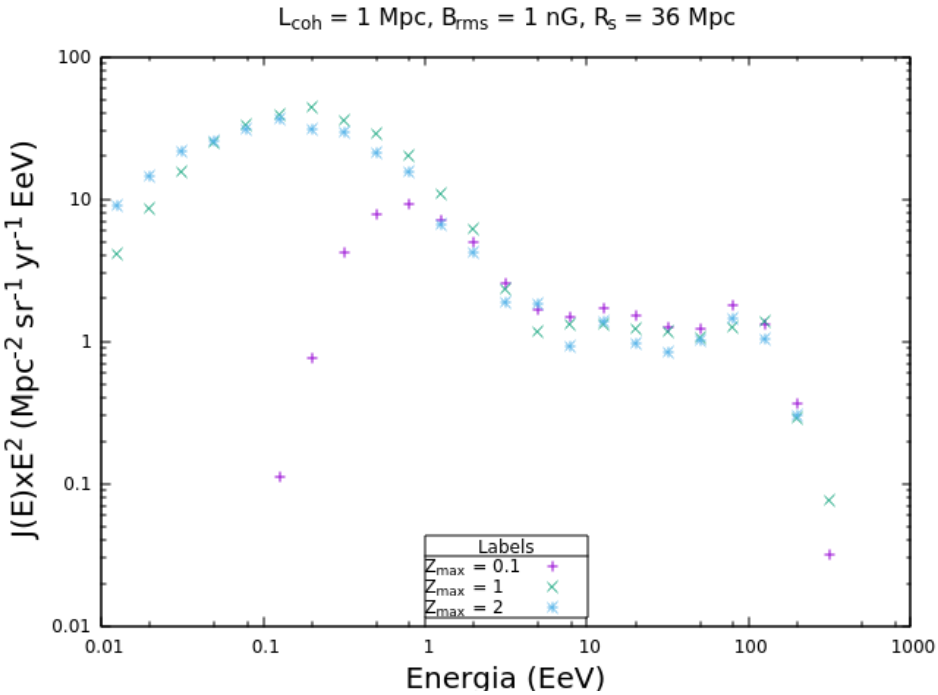

Figura 3.2: Flujo de la primer fuente en función de la energía para diferentes redshifts máximos de emisión.

Según se puede apreciar en la figura 3.1, al aumentar la intensidad del campo magnético tanto el aumento del flujo por la difusión como la supresión debida al horizonte magnético tienen lugar a energías mas altas. Esto se debe a que a una dada energía, incrementar el campo magnético acorta el horizonte magnético del cuál pueden provenir partículas en el tiempo que lleva emitiendo la fuente.

Por el contrario, la figura 3.2 muestra que al aumentar el tiempo que lleva emitiendo la fuente (es decir, incrementar el *redshift* máximo de emisión) se reduce dicha supresión. Aquí lo que sucede es que aumentar dicha cantidad otorga más tiempo a las partículas de bajas energía para difundir y alcanzar la Tierra.

3.2.2. Flujo de una distribución finita de fuentes

Según se explicó anteriormente, en un escenario con una densidad finita de fuentes, en el cuál la distancia característica entre fuentes es d_s, la primer fuente se encuentra en promedio a $\sim 0{,}55 d_s$. Esto puede tener un efecto importante en el flujo en la Tierra. Para un d_s tal que las fuentes se encuentren a mayor distancia que el horizonte magnético, la distancia finita a la primera fuente implica que partículas de las más bajas energías no llegan a la Tierra.

También, por efecto de las interacciones, se reducirá el flujo a alta energía al disminuir

la densidad de fuentes. En este caso las interacciones con el *CMB* y el *ELB* y la expansión del Universo degradarán su energía antes de llegar a la Tierra.

Por tanto una distribución finita de fuentes reducirá el flujo tanto a bajas como a altas energías.

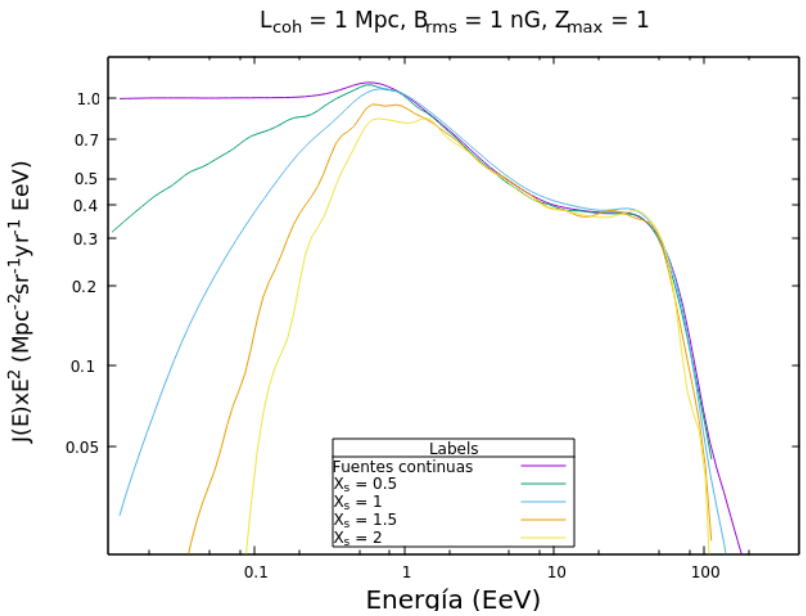

Figura 3.3: Flujos provenientes de un ensemble de fuentes para diferentes densidades de fuentes.

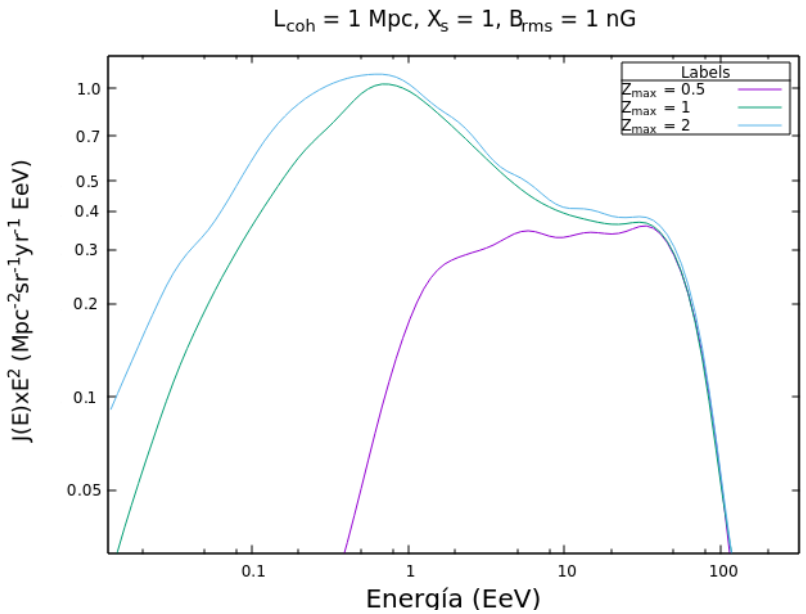

Figura 3.4: Flujos provenientes de un ensemble de fuentes para diferentes redshifts máximos de emisión de las fuentes.

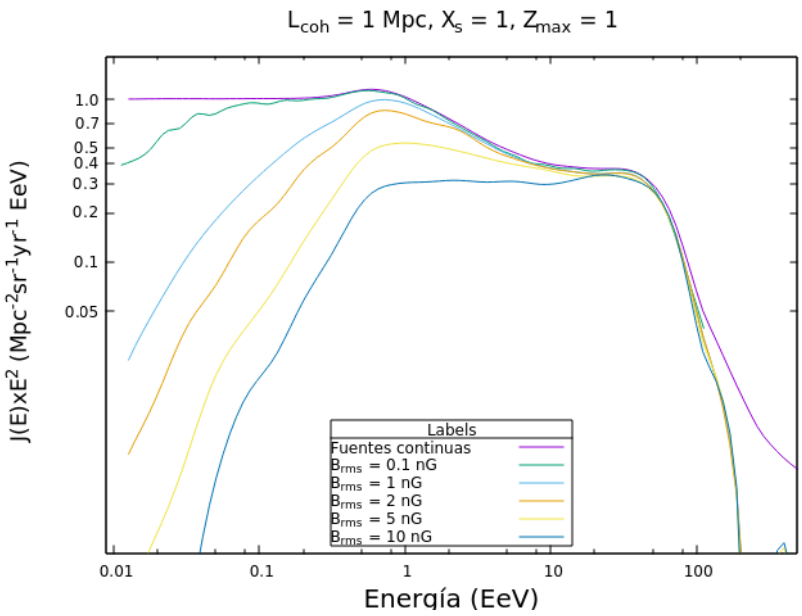

Figura 3.5: Flujos provenientes de un ensemble de fuentes para diferentes amplitudes cuadráticas medias del campo magnético

La figura 3.3, muestra una supresión del flujo de protones a bajas y altas energías por efecto de la distribución finita. La linea constante a bajas energías es el flujo que se obtendría de una distribución continua de fuentes. Es de notar que la supresión se hace más marcada cuanto mayor sea la distancia característica.

Al incrementarse el tiempo de emisión de la fuente (mayor redshift máximo de emisión) lo que se hace es dar más tiempo a todas las partículas para llegar a la Tierra. Según se muestra en la figura 3.4 esto produce un aumento del flujo a bajas energías. A altas energía no se observa diferencia, por ser la propagación rectilinea.

El efecto de aumentar la magnitud del campo magnético (mostrado en la figura 3.5) es de una supresión mayor del flujo a bajas energías, no observandose una diferencia a las energías más altas.

3.3. Supresión del flujo por el horizonte magnético

La supresión del flujo a bajas energías debida al efecto del horizonte magnético para núcleos de carga Z puede describirse a través de un factor de supresión dado por,

$$G(E) = \frac{J_z(E)}{J_z(E)|_{F=1}} \tag{3.5}$$

esto es el cociente del flujo total proveniente de todas las fuentes (en el cuál el factor F

está descripto por la relación 3.4) respecto al que se obtendría para una distribución continua de fuentes (para el cual se verifica la ecuación 3.3). En el caso en el que la supresión del flujo por el efecto de horizonte magnético sucede a energías mas bajas de la cuál las partículas pierden significativamente energía por las interacciones con los fondos de radiación, es posible obtener una parametrización sencilla del factor G en función de E_c y de X_S dada por [19] ,

$$G(x) = exp\left[-\left(\frac{aX_s}{x + b(x/a)^{\beta}}\right)^{\alpha}\right] \tag{3.6}$$

donde $x = E/E_c$, y a, b, α, β son parámetros que dependen la evolución en *redshift* de las fuentes, el espectro de la fuente y el *redshift* máximo considerado. Por ejemplo, para $z_{max} = 1$, índice espectral de inyección $\gamma = 2$ y sin evolución, los parámetros son:

- $a = 0{,}258$
- $b = 0{,}154$
- $\alpha = 1{,}67$
- $\beta = 0{,}129$

3.3.1. Factor G para protones

Esta sección muestra los resultados obtenidos para el factor G como función del campo magnético, el tiempo de emisión y la densidad de fuentes. Se detallan asimismo diferencias con la parametrización dada por la ecuación 3.6.

El teorema de propagación indica que el campo magnético no afecta el espectro si la distribución de fuentes es continua. Para el caso de una densidad finita de fuentes, el efecto se puede cuantificar con el factor de supresión G mencionado anteriormente.

La figura 3.6 muestra la modificación al flujo por efecto de la densidad finita de fuentes para diferentes campos. Se puede notar que la supresión a energías superiores a $\sim$ 50 EeV es independiente de la intensidad del campo. Como se verá más adelante, es afectada solo por la densidad de las fuentes.

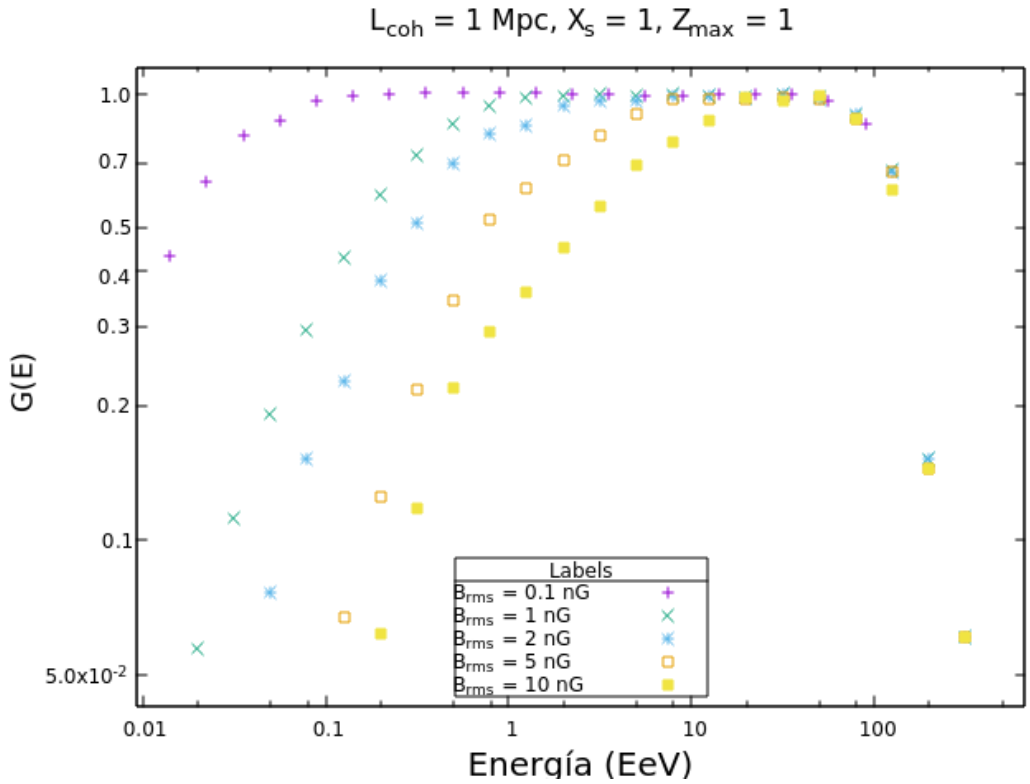

Figura 3.6: Factor G vs. energía. Notar que la supresión para altas energías no depende del campo.

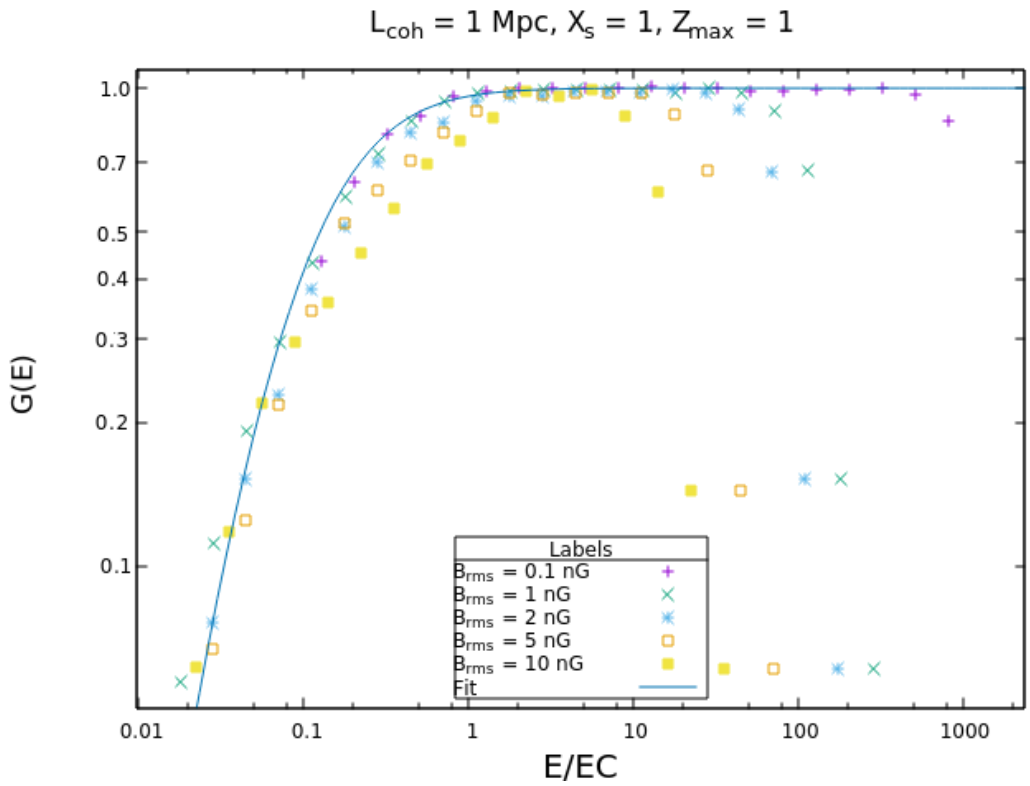

Figura 3.7: Factor G vs. energía sobre la energía crítica. Notar que la supresión inicial es muy similar en todos los casos.

En la figura 3.7se muestra la supresión del flujo para los mismos casos de la figura anterior, pero ahora en función de E/E_c. Se puede apreciar que, dentro de sus fluctuaciones, para intensidades de campo menores a 5 nG los resultados del factor G coinciden con los que resultan de la parametrización de la ecuación 3.6 [19], como muestra la curva continua.

La supresión que se observa a bajas energías tiene su origen en el horizonte magnético. Debido a la propagación difusiva, muchas partículas de baja energía no tienen tiempo suficiente para llegar a la Tierra ni desde las fuentes más cercanas. Esto se reflejará en una supresión del flujo.

3.3.2. Modificación al factor G

La difusión en el campo magnético modifica el espectro observado a bajas energías, mientras que las interacciones con los fondos de radiación lo hacen a altas energías. Cuando la supresión magnética sucede a energías menores que aquellas en que las interacciones son relevantes ($E \sim 2\,\mathrm{EeV}$ para protones, donde la producción de pares comienza a ser relevante) es una buena aproximación considerar la supresión magnética a través del factor G, teniendo solo en cuenta la pérdida de energía de las partículas por la expansión del Universo.

Por ejemplo, en la figura 3.8 se muestran 4 curvas que corresponden a:

- flujo proveniente de una distribución continua, considerando campos magnéticos e interacciones,
- **propagación considerando campo magnético e interacciones**,
- **propagación considerando solo interacciones con los fondos de radiación**,
- **propagación solo en el campo magnético**.

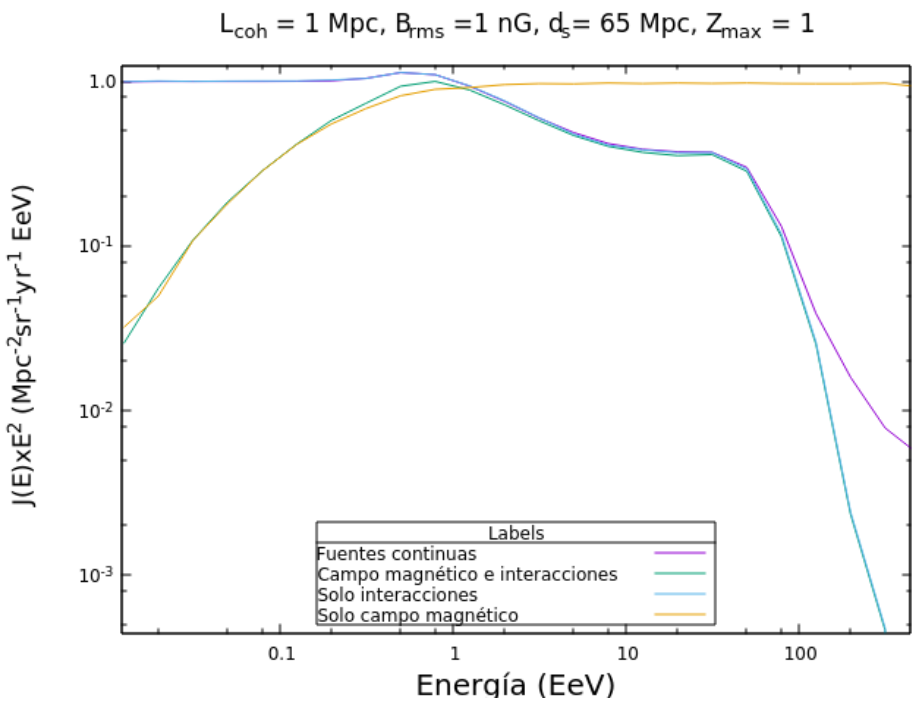

Figura 3.8: Flujo de un ensemble de fuentes para diferentes escenarios de propagación. La amplitud del campo fue de 1 nG.

Resulta interesante remarcar que en el caso de la figura 3.8 se pueden distinguir 2 regiones para la curva verde aguamarina (que considera los efectos del campo magnético e interacciones). A energías para las cuales la longitud de difusión sea menor que la distancia entre fuentes, predominan los efectos del campo magnético y la curva que considera ambos efectos se asemeja a la que solo considera el campo magnético. Por su parte, para energías superiores predominan los efectos de las interacciones y la curva que tiene en cuenta ambos efectos se torna parecida a la que toma en cuenta únicamente las interacciones.

Si la supresión magnética ocurre a energías mayores no es posible factorizar ambos efectos, de modo que no será una buena aproximación la de estimar el espectro total como el producto del espectro correspondiente a una distribución continua de fuentes por el factor $G(E/E_c)$.

Esto se puede ver en la figura 3.9. Aquí ambos efectos (campo magnético e interacciones) se encuentran más entrelazados, y en la región entre 1 y 5 EeV ambos efectos son relevantes.

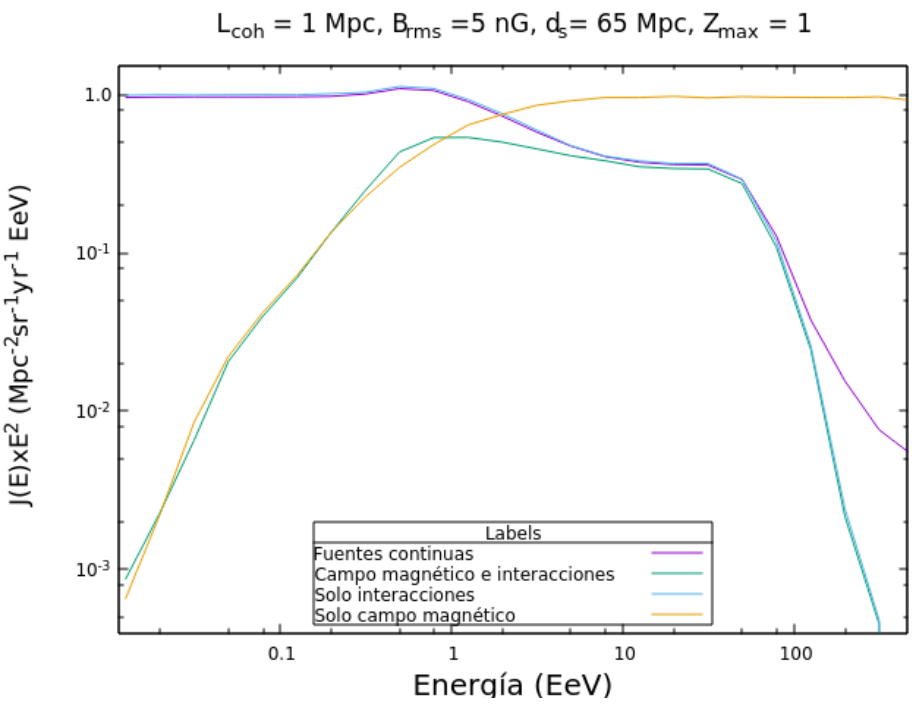

Figura 3.9: Flujo de un ensemble de fuentes para diferentes escenarios de propagación. La amplitud del campo fue de 5 nG.

Tal y como se puede apreciar en la figura 3.7, a energías entre $0{,}1E_c$ y E_c la supresión del flujo resulta algo mayor que la esperada del ajuste analítico donde las interacciones no están incluidas.

En esta sección se cuantificará cuando es significativo el apartamiento del ajuste analítico.

Como se observa en la figura 3.10 la intensidad de la supresión incrementa con la intensidad del campo magnético.

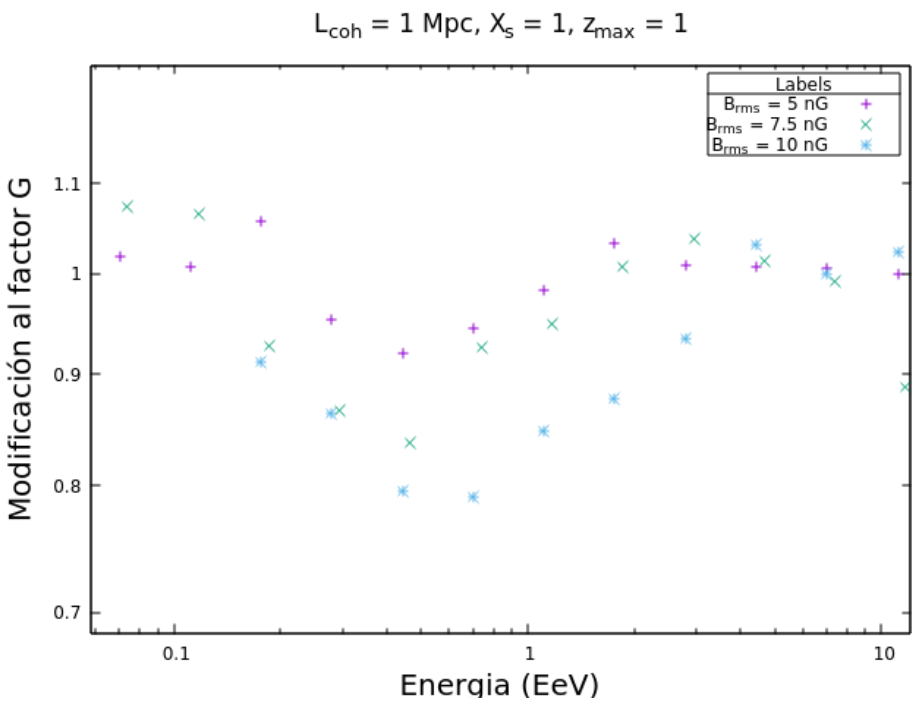

Figura 3.10: Modificación al factor G para diferentes intensidades de campo magnético para un escenario con $d_S = 130\ Mpc$ y $z_{max} = 2$

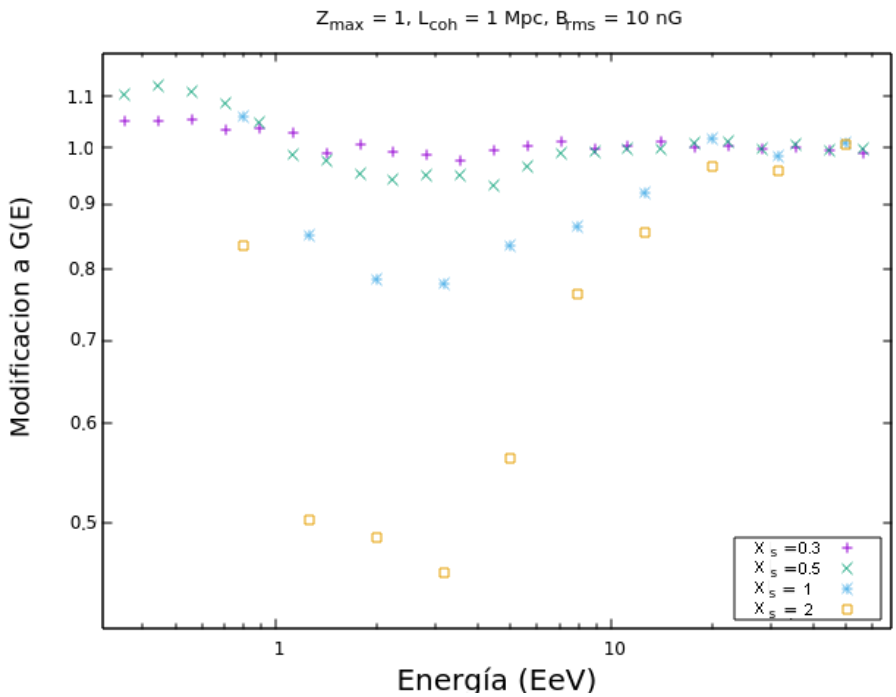

Figura 3.11: Modificación al factor G para diferentes densidades de fuentes para un escenario con $B_{rms} = 10\,\mathrm{nG}$ y $Z_{max} = 1$

La figura 3.11 muestra una clara dependencia de la intensidad de la supresión con la densidad de fuentes. Al disminuir la densidad, se incrementa poderosamente la supresión.

A menor densidad, la primer fuente se encuentra más lejana, por tanto, al recorrer una distancia mayor hasta llegar a la Tierra el efecto de las interacciones será más intenso. Y, en el caso de que las interacciones sean la causa de esta supresión, se esperaría un incremento de la misma.

Como resultado importante podemos extraer que para casos en que $X_s E_c \approx 10\,\mathrm{EeV}$ esta diferencia observada para el ajuste dado por la ecuación 3.6 es mayor al 20 %. Para tomar en cuenta estos casos donde no es posible esta factorización del espectro el ajuste deberá ser modificado.

3.3.3. Energía de *cut-off*

A altas energías se observa una supresión que, como se ve en la figura 3.6, no depende del campo magnético. Esta supresión es debida a las interacciones.

El factor G de supresión del espectro mencionado en la ecuación 3.6 se puede modificar para tomar en consideración la supresión a energías más altas. Multiplicándolo por el siguiente factor,

$$cosh^{-1}\left(\frac{E}{E_{cut}}\right) \tag{3.7}$$

donde E_{cut} representa una energía de *cut-off*, se obtiene un ajuste a los datos que se juzga aceptable.

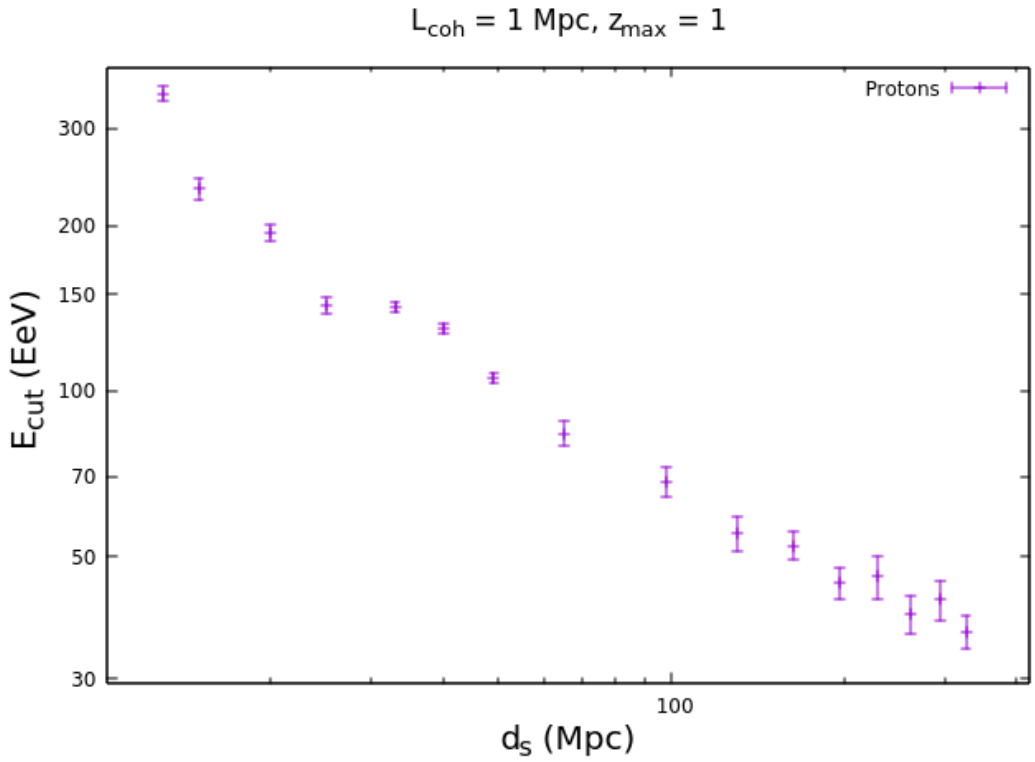

Figura 3.12: Energía de cut-off para los protones.

La energía de *cutoff* depende de la densidad de fuentes considerada. La figura 3.12 muestra su dependencia con d_s. Su disminución es debida a que al aumentar las distancias a las fuentes, se incrementa la probabilidad que una partícula de una dada energía pueda interactuar con el CMB o ELB.

No se encuentra para esta energía de *cut-off* una dependencia con el tiempo de emisión de la fuente o con la intensidad del campo magnético. Esto es esperable ya que a dichas energías (superiores a los 50 EeV en todos los casos analizados) el campo magnético no afecta la propagación de los núcleos atómicos. La independencia con respecto al tiempo de emisión de las fuentes ocurrirá siempre y cuando el tiempo de emisión de la fuente sea mayor que el tiempo necesario para la propagación rectilínea desde la fuente al observador.

3.4. Propagación de núcleos de hierro

Aquí se inyectaron 10^6 núcleos de hierro con un espectro de energía de E^{-1}, con energías entre 0,01 y 1000 EeV. Para obtener un espectro más cercano a los reales, se pesó a las partículas con un factor de $1/E_{ini}$ para computar su flujo y factor G. Aquí estudiaremos

su composición como función de la energía y de la distancia a la Tierra, así como el flujo detectado en la Tierra y el factor G para núcleos de hierro.

3.4.1. Composición en función de la energía y distancia

La figura 3.13 muestra la energía final del fragmento primario como función de su carga eléctrica. Un primer hecho notable es la ausencia de *Li* (litio) entre los núcleos finales. Esto sucede porque el núcleo de berilio decae en 2 partículas alfa.

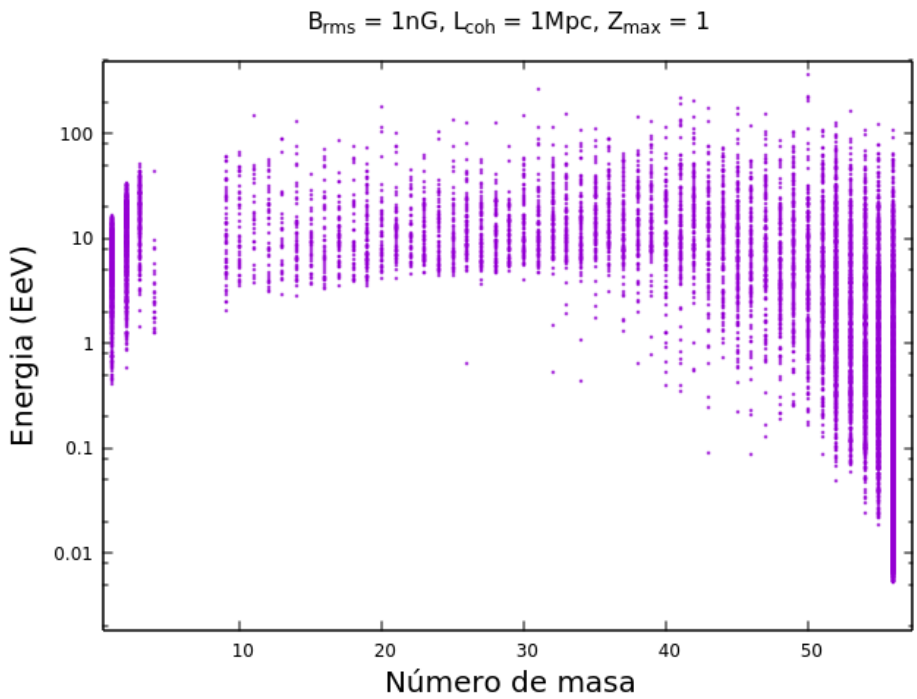

Figura 3.13: Gráfico de dispersión de la energía cómo vs. la masa final del fragmento primario.

El rango de energías de cada elemento puede entenderse de cómo se producen las interacciones. Para un núcleo atómico a una energía E, de una masa A que sufre una dada interacción, a estas energías, cada nucleón posee una energía E/A. Así, los protones poseen un rango de energías de entre 0,003 EeV (protones que provienen de núcleos de hierro de baja energía a un *redshift* alto) y $\sim$ 18 EeV (protones que provienen de núcleos de hierro de alta energía a un *redshift* bajo).

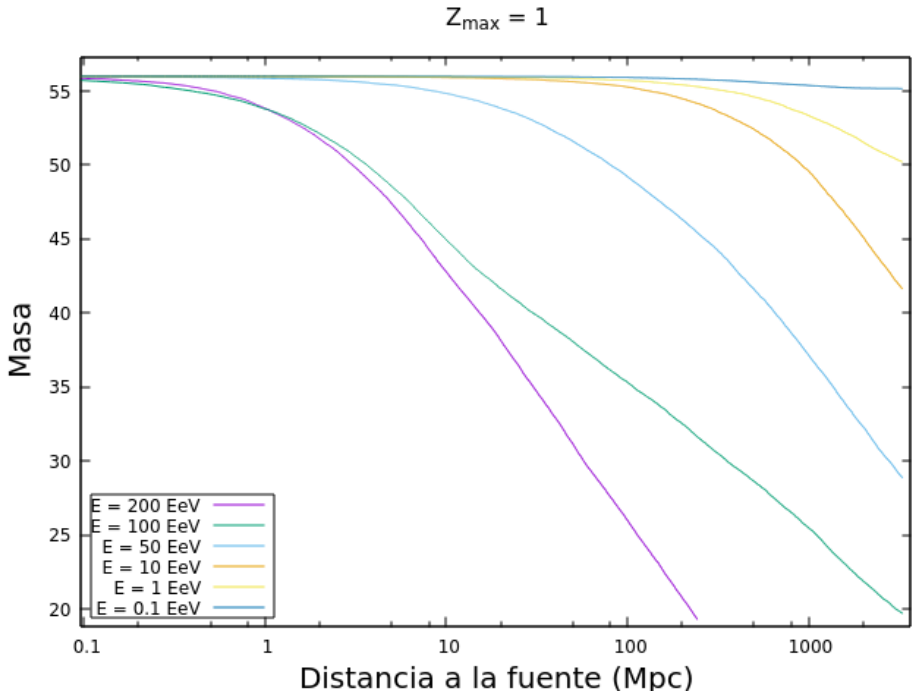

Figura 3.14: Evolución del valor medio de la masa para un ensemble de 1000 partículas. en función de la distancia a la fuente. Inyección pura de núcleos de hierro, con energía iniciales de 200, 100, 50, 10, 1 y $0,1$ EeV.

En la figura 3.14 se puede apreciar como se van fragmentando los núcleos en su viaje a la Tierra. Vemos que para energías más bajas los núcleos se fragmentan en menor medida. Por tanto, para una emisión a un redshift inicial fijo, la degradación que sufre un núcleo de hierro es menor. Asimismo para una dada energía inicial, un redshift inicial menor también redunda en una menor degradación.

En el primer caso un núcleo de menor energía, en su sistema en reposo, interactuará con un fotón de más baja energía. Cuanto menor sea la energía del fotón en el sistema de reposo del núcleo, menos procesos de decaimiento podrán ser excitados por un dado fotón. También sucederá que la fracción de fotones del **CMB** y **ELB** que pueden excitar un dado proceso será menor.

En el segundo caso se debe a que, al tener que recorrer una distancia más pequeña, el número de procesos de emisión de nucleones que un dado núcleo sufrirá será menor.

3.4.2. Flujo proveniente de la inyección de núcleos de hierro

Si consideramos una fuente que emite núcleos de hierro, el flujo de las partículas que llegan a la Tierra se verá afectado por la intensidad del campo magnético presente y por la distancia finita a las fuentes.

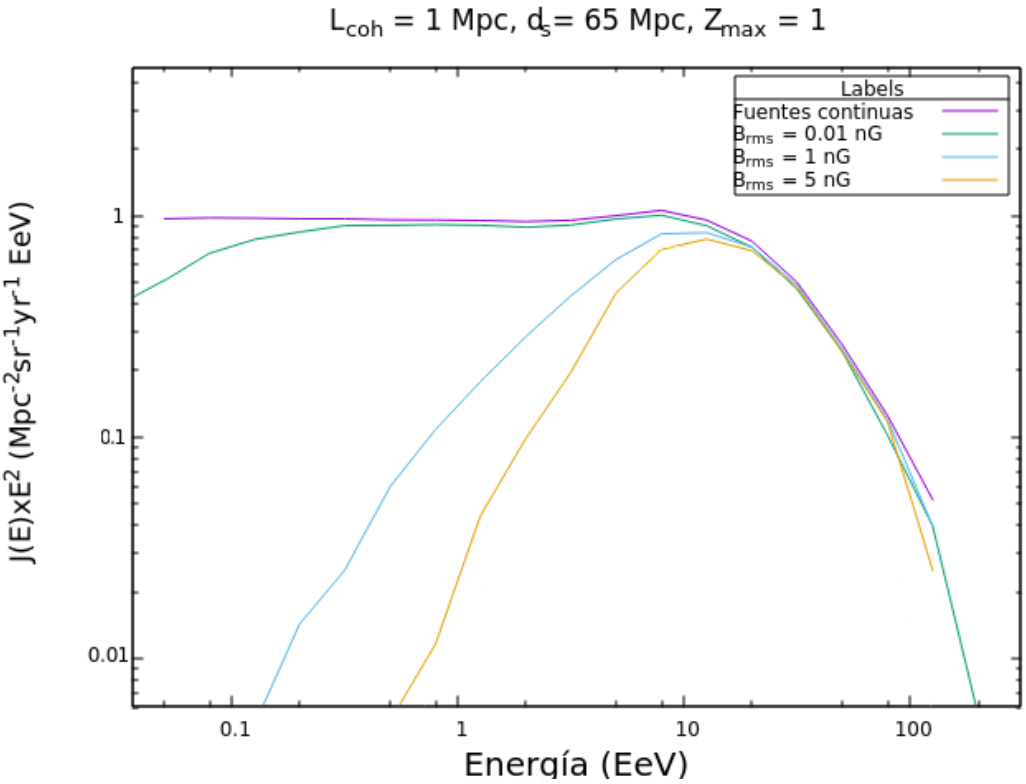

Figura 3.15: Flujo de los fragmentos primarios en la Tierra para diferentes intensidades del campo magnético.

Para este caso, a una dada energía la supresión por efecto del campo magnético es mucho mayor a las mostradas en la figura 3.5. Sucede que la longitud de difusión a una dada energía es menor para los núcleos de hierro que para los protones. Por tanto, el régimen en que la supresión deja de ser importante ($L_D > d_s$) y comienza a ser válido el teorema de propagación (la distancia entre fuentes es menor que cualquier otra distancia relevante) se alcanza a energías más altas.

3.4.3. Factor G para núcleos de hierro

Para el cálculo del valor de E_c por el que se normalizó a la energía, se computó un valor medio de la carga de los núcleos como $\bar{Z} = \sum_i f_i Z_i$, donde f_i es la fracción de núcleos de una dada carga Z_i.

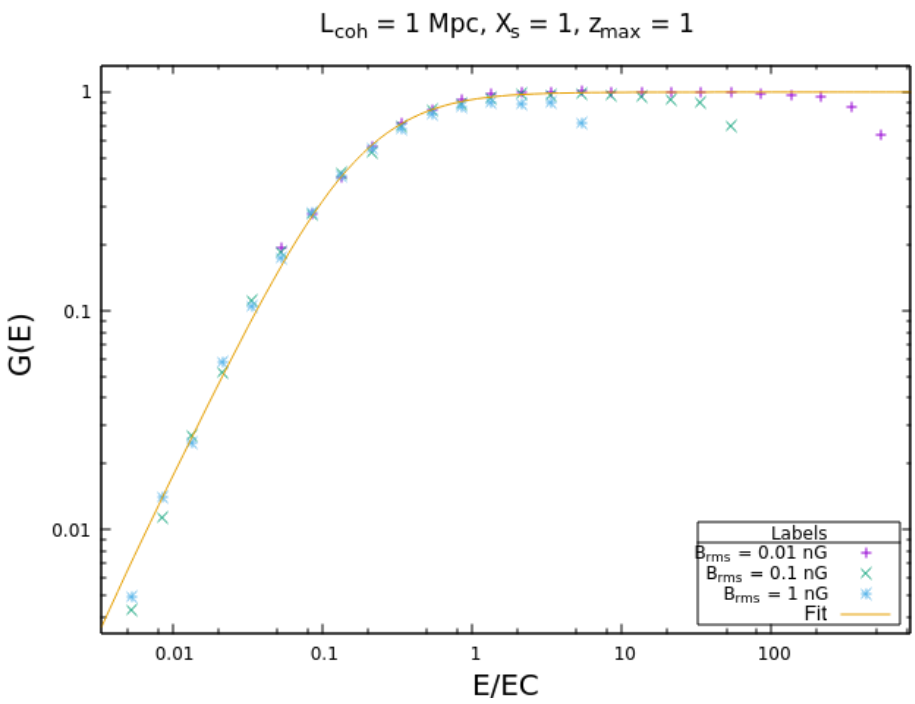

Figura 3.16: Factor de modificación G para núcleos con carga mayór o igual a 20e. Inyección pura de núcleos de hierro

Aquí que la energía crítica para $B_{rms} = 1\,\mathrm{nG}$ es de $E_c \approx 23\,\mathrm{EeV}$, con lo que no es posible factorizar el flujo aquí como el producto de los efectos debidos al campo magnético y aquellos debidos a las interacciones.

A altas energías se encuentra una supresión debida a las interacciones. Puede ser descripta por la misma función utilizada para protones (ver ecuación 3.7). Esta supresión se hace más importante a energías progresivamente más bajas al aumentar la distancia característica d_s.

3.4.4. Energía de cut-off del hierro

Es posible apreciar en la figura 3.17 que se mantiene la tendencia (mostrada para el hidrógeno) decreciente de la energía de *cut-off* al disminuir la densidad de fuentes (incrementar d_s). Comparativamente, en el rango de densidades de fuentes analizado las energías de *cut-off* del helio son siempre menores que para el hidrógeno o hierro. Para estos otros dos elementos (hierro e hidrógeno) las energías de *cut-off* son más similares.

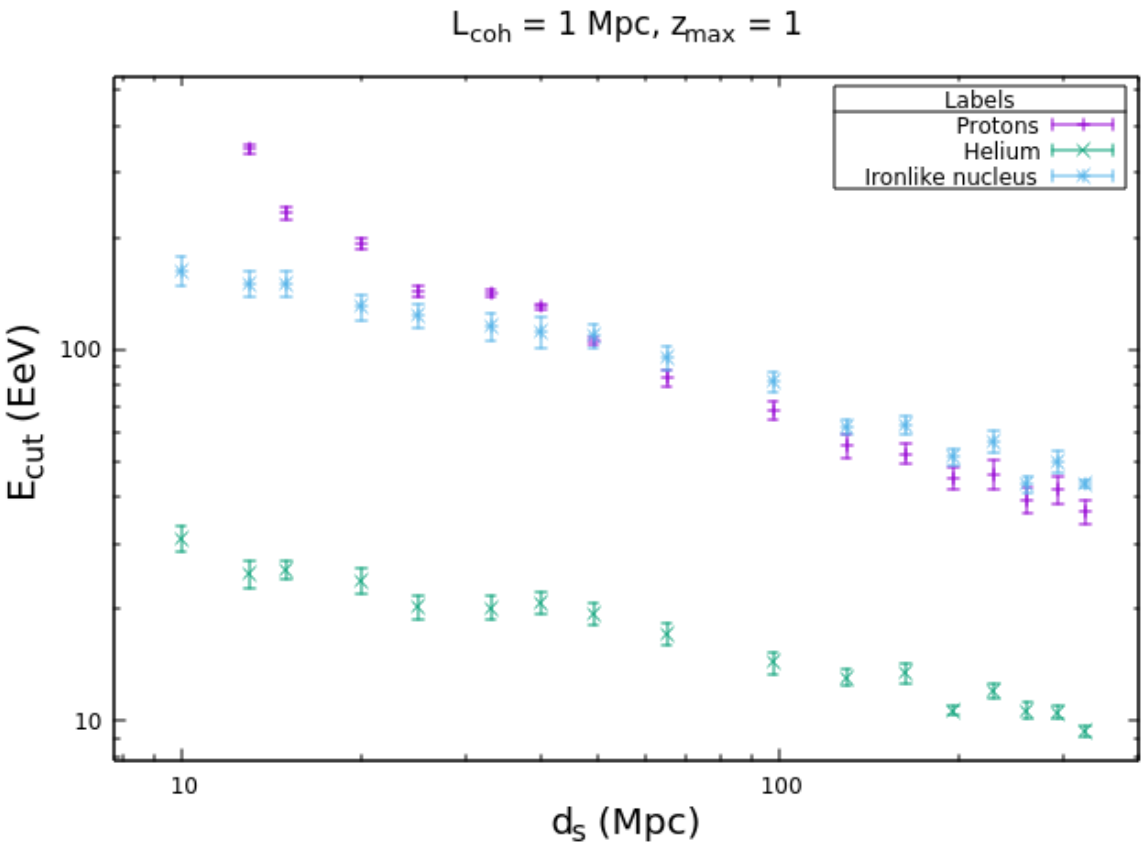

Figura 3.17: Energía de cut-off para núcleos de hierro, helio e hidrógeno.

Los resultados obtenidos son consistentes con lo que se esperaría de las longitudes de atenuación para todos los elementos.

Capítulo 4

Conclusiones y trabajo futuro

"Heaven is a place on Earth"
— Belinda Carlisle

En el presente trabajo se estudió la propagación de rayos cósmicos de ultra alta energía. Se analizó como la propagación era afectada por los campos magnéticos y por las interacciones con los fondos de radiación. Fue estudiado asimismo la dependencia del flujo de una única fuente con el tiempo de emisión de la fuente y la intensidad del campo magnético. Luego se estudió como el flujo proveniente de un conjunto de fuentes dependía de los parámetros anteriormente mencionados y de la densidad de fuentes. Luego se parametrizó el efecto de los campos magnéticos y de las interacciones sobre el flujo de una distribución discreta de fuentes utilizando un factor de modificación G.

En todos los casos las simulaciones son consistentes con la existencia de una transición de un régimen balístico a tiempo cortos, hacia uno difusivo a tiempos largos.

La longitud de difusión aumenta junto con la energía. Al expandirse el Universo (y, por tanto, al perder energía la partícula) se produce un acortamiento de la misma. El tiempo de decorrelación (entendido como el tiempo en que el ángulo medio entre la velocidad inicial y la instantánea de la partícula alcanza un valor de 1 rad) depende de la energía. No obstante, la expansión del Universo no parece afectar significativamente este proceso, no observándose diferencias entre la figura 2.6 y 2.8.

El ángulo medio entre la dirección a la fuente y la velocidad de la partícula depende de la energía de llegada de la misma. Las partículas con mayor energía arriban preferentemente con un ángulo pequeño entre ambas magnitudes. Las partículas de energía más baja llegan distribuidas más isotrópicamente.

Las distancias desde donde pueden llegar las partículas dependen fuertemente de la

energía de llegada. En el rango de energías considerado los factores que limitan dicha propagación son: la presencia de un horizonte magnético (a bajas energías), las perdidas de energía por la expansión del Universo y las interacciones con los fondos de radiación (a altas energías).

La interacción con los fondos de radiación, sumado a la expansión del Universo introducen perdidas de energía para las partículas que se propagan en el Universo.

A bajas energías el flujo detectado en la Tierra está afectado por tres factores. Los campos magnéticos, al aumentar su intensidad, el flujo a una dada energía se verá reducido. El tiempo de emisión de las fuentes, al aumentar este, la supresión se reducirá. Por último, al reducir la densidad de fuentes, el flujo a altas y a bajas energías se verá suprimido.

Se encuentra que a altas energías el factor de modificación G se encuentra suprimido por una energía de *cut-off* que no depende de la intensidad del campo magnético ni del *redshift* máximo de la fuente. Aumenta junto con la distancia típica entre fuentes, lo que es un indicativo de que dicha supresión es debida a efectos de interacciones con los fondos de radiación.

El trabajo futuro puede consistir en incorporar información observacional proveniente del Observatorio Pierre Auger (provincia de Mendoza, Argentina). Contrastando los resultados de las simulaciones para diferentes modelos con dichas observaciones. Se pondrá énfasis en el estudio de posibles anisotropias en las direcciones de arribo.

Agradecimientos

"Si he visto más lejos es porque estoy sentado a hombros de gigantes."
— Isaac Newton

Esta frase siempre resumió un aspecto muy lindo e importante de la ciencia, y la vida para mí. El que no estamos solos, siempre hay alguien que puede tender una mano, o al que se la podemos tender.

Este trabajo no es solo mio. Hubieron muchos que me tendieron una mano. La Argentina, que confió en mí. Me permitió estudiar lo que quería, pagandonme por hacerlo, y solo pidió voluntad de trabajo de mi parte. Mi directora Silvia, siempre dispuesta a contestar mis dudas, a revisar mi código, a sentarse a pensar juntos, a mostrar que el mundo de la investigación es increíblemente vasto y fascinante.

A mi papá Jorge y mamá Mirta, ellos me hablaron de que había una cosa llamada ciencia, y que estaba bien no saber siempre la respuesta, que era lo interesante. Ellos me apoyaron cuando quise venir a estudiar al sur. Mis hermanos, Belén y Pablo, sus juegos me permitieron crecer como persona, y con ellos aprendí a compartir y ayudar. Mis abuelos Froilán y Adelina mostraron la importancia de la honestidad y el respeto a los otros, y que nadie vale menos por ser diferente.

Los chicos en Mar del Plata, Alex, Charly, Cristian, Lucas, Martín , Mariano, Mili y Pancho. Las conversaciones a distancia con ellos, las visitas cada tanto, mantuvieron el animo para que pudiera seguir adelante a pesar de los tropezones que hubo (y fueron varios). También a los amigos que hice acá, Ezequiel, Fabri, Hansen, Jorge, Marco, Mariano y Mónica. Cuando estaba bajoneado por un mal parcial, cuando era momento de reir, ellos estuvieron, e hicieron que mi travesía por el Instituto fuera mejor.

Gracias, este trabajo fue posible gracias a todos.

Apendice: Programas utilizados

.1. Propagación únicamente en campo magnético

Aquí se incluye el programa utilizado para simular la propagación de partículas cargadas en presencia de un campo magnético turbulento en un Universo en expansión.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <iomanip>
#include <string>

# include <math.h>
# include <stdlib.h>
# include <time.h>

#include <new>
#include <ctime>
#include <random>

double ParticleEnergy(float gamma, float Emax, float Emin);
long double Sample_Initial_Z (float Zmax , float Zmin);
void Initiate_array (long double y[][7], int N,long double Zmax, long double Zmin);
void EvolveParticle(long double y[][7], int N, long double dx[], \
long double h[], long double dc[], long double dz);
long double Squaredist (long double y[][7], int N);
int Not_All_arrived (long double y[][7], int N);
```

```
int main()
{
long double c = 3.06562/pow(10, 7); // Light's speed in MPc/yr
float Bamp = 10.;        // Turbulent magnetic field amplitude in nG
int N = 40000;        // Number of particles to be generated
float Lcoh = 1;        // Coherence lenght in MPc
int zz = 1; // Electric Charge of the particle
float gamma = 1, Emax = 18, Emin = 19.7;    // Spectral index for the energy
//of the emmited particle
float Ec0;  // Critical Energy
double Ee[N];        // Particle energy
long double Ho = 7.2/pow(10., 11);  // Hubble's constant
long double Omegam = 0.3;        // Matter density of the Universe
long double Omegade = 1.-Omegam;        // Dark energy density of the Universe
float ai = 0.9, al = 0.23, rmk = 5./3.; // Parameters for the Kolmogorov B spectrum
int m = 1;        // Index that considers MHD energy losses
long double ld[N], h[N];        // h represents both the step in time and space
long double dz = -0.00001;        // step in redshift
long double dx[N];
long double Zmax = 1., Zmin = 0.001;
int i, imax = (int)(-Zmax/dz);
long double y[N][7];        // Components 0,1 & 2 represent the speed of the
//particle. Components 3, 4 & 5 represent the position
// Given that particles are always in the ultrarelativistic
//limit, their speed will be assumed
// to equal that of light. c=1
long double a[N];

std::ofstream mypros, myinitial;
mypros.open ("OutputE.txt");
myinitial.open ("Initial conditionsE.txt");
srand(time(0));

Initiate_array (y, N, Zmax, Zmin);  // Lays out the initial
//conditions for the UHECR's propagation

mypros << "Energy (ev)" <<"        "<<"distance "<<"        "<<"xf*vf"<< '\n';
myinitial << "Energy (ev)" << "initial redshift" << '\n';
Ec0 = 0.935*Bamp*Lcoh*zz*pow(10,18);
```

```
for(int l=0; l<N; l++)
{
        Ee[l] = ParticleEnergy(gamma, Emax, Emin);
        myinitial << Ee[l]/pow(10,18) << "        " << y[l][6] <<'\n';
        a[l] = 1./(1+y[l][6]);

        ld[l] = (Lcoh/(1.+y[l][6]))*(4.*(Ee[l]/Ec0)*(Ee[l]/Ec0)*\
        pow(1.+y[l][6], 2*m)*pow(a[l],2) + \
        ai*Ee[l]/Ec0*pow(1.+y[l][6], m)*a[l] + \
        al*pow(Ee[l]/Ec0 , 2.-rmk)*pow(a[l], 2.-rmk)*pow(1.+y[l][6], m*(2.-rmk)));

        h[l] = 1/(100.*ld[l]);
        dx[l] = -c*dz/(Ho*sqrt(Omegam*pow(1+y[l][6], 3) + Omegade));
}

myinitial.close();

//////////////////////////////////////////////////////////
//// Here the loop that propagates the particles begins////
//////////////////////////////////////////////////////////
for (i=1; i<=imax; i++)
{
std::cout << i <<'\n';
if (Not_All_arrived(y, N)> 0)
{
EvolveParticle(y, N, dx, h, ld, dz);

for(int j=0; j<N; j++)
{
        ld[j] = (Lcoh/(1.+y[j][6]))*(4.*(Ee[j]/Ec0)*(Ee[j]/Ec0)*pow(1.+y[j][6],\
        2*m)*pow(a[j],2) + \
        ai*Ee[j]/Ec0*pow(1.+y[j][6], m)*a[j] + \
        al*pow(Ee[j]/Ec0 , 2.-rmk)*pow(a[j], 2.-rmk)*pow(1.+y[j][6], m*(2.-rmk)));
        h[j] = ld[j]/100.;
        dx[j] = -c*dz/(Ho*sqrt(Omegam*pow(1+y[j][6], 3) + Omegade));
}
}
else
```

```
{break;}

}

for (int j=0; j<N; j++)
{
long double dist;
long double cospos;

dist = sqrt(y[j][3]*y[j][3]+y[j][4]*y[j][4]+y[j][5]*y[j][5]);
cospos = (y[j][0]*y[j][3]+y[j][1]*y[j][4]+y[j][2]*y[j][5])/dist;

mypros << a[j]*Ee[j]/pow(10,18) <<"        "<<dist<<"        "<<cospos<< '\n';

mypros.close();                // Closes the data file

return 0;
}

//////////////////////////////
/////END OF MAIN FUNCTION/////
//////////////////////////////

double ParticleEnergy(float gamma, float lEmax, float lEmin)
{
double Ep;
double Emax = pow(10, lEmax);
double Emin = pow(10, lEmin);

if (gamma==1)
{
        Ep = Emin*exp((log(Emax/Emin))*(1.*abs(rand()))/RAND_MAX);
}
else
{
    Ep = pow((pow(Emax, gamma+1) - pow(Emin, gamma+1))*(1.*abs(rand()))/RAND_MAX\
    + pow(Emin, gamma+1),1./(gamma+1));
}
        return Ep;
```

```
}

long double Sample_Initial_Z (float Zmax , float Zmin)
{
        long double z;

        z = (Zmax - Zmin)*(1.*abs(rand()))/(1.*RAND_MAX) +Zmin;

        return z;
}




void Initiate_array (long double y[][7], int N, long double Zmax, long double Zmin)
{
int i;
long double normal;

for(i=0 ; i < N; i++)
{
        y[i][0] = (2.*rand())/RAND_MAX -1.;
        y[i][1] = (2.*rand())/RAND_MAX -1.;
        y[i][2] = (2.*rand())/RAND_MAX -1.;
        y[i][3] = 0.;
        y[i][4] = 0.;
        y[i][5] = 0.;
        y[i][6] = Sample_Initial_Z(Zmax, Zmin);
        normal = sqrt(y[i][0]*y[i][0]+y[i][1]*y[i][1]+y[i][2]*y[i][2]);
        y[i][0] = y[i][0]/normal;
        y[i][1] = y[i][1]/normal;
        y[i][2] = y[i][2]/normal;
}
}

int Not_All_arrived (long double y[][7], int N)
{
        int i=0;
```

```
        for(i=0; i<N; i++)
        {
                if(y[i][6]>=0)
                        {return 1;}
        }
return -1;
}



void EvolveParticle(long double y[][7], int N, long double dx[], long double h[],\
long double ld[], long double dz)
{
int j;
long double normal;
float k1, k2, k3, dv1, dv2, dv3;
std::random_device rd{};
std::mt19937 gen{rd()};
std::normal_distribution<> f{0,1}, g{0,1}, r{0,1};

for(j=0; j<N; j++)
{
if(dx[j]<=h[j])
{
        if(y[j][6]>0)
        {
        y[j][3] = y[j][3] + y[j][0]*dx[j];
        y[j][4] = y[j][4] + y[j][1]*dx[j];
        y[j][5] = y[j][5] + y[j][2]*dx[j];
        y[j][6] = y[j][6] + dz;
        k1 = f(gen);
        k2 = g(gen);
        k3 = r(gen);
        dv1 = -(dx[j]/ld[j])*y[j][0] + sqrt(dx[j]/ld[j])*((1.-y[j][0]*y[j][0])*k1
        -y[j][0]*y[j][1]*k2-y[j][0]*y[j][2]*k3);
        dv2 = -(dx[j]/ld[j])*y[j][1] + sqrt(dx[j]/ld[j])*((1.-y[j][1]*y[j][1])*k2\
        -y[j][0]*y[j][1]*k1-y[j][1]*y[j][2]*k3);
        dv3 = -(dx[j]/ld[j])*y[j][2] + sqrt(dx[j]/ld[j])*((1.-y[j][2]*y[j][2])*k3\
        -y[j][0]*y[j][2]*k1-y[j][1]*y[j][2]*k2);
```

```
        y[j][0] = y[j][0] + dv1;
        y[j][1] = y[j][1] + dv2;
        y[j][2] = y[j][2] + dv3;
        normal = sqrt(y[j][0]*y[j][0]+y[j][1]*y[j][1]+y[j][2]*y[j][2]);
        y[j][0] = y[j][0]/normal;
        y[j][1] = y[j][1]/normal;
        y[j][2] = y[j][2]/normal;
        }
}
else
{
int s = (int)(dx[j]/h[j]) +1;
int k;
if(y[j][6]>0)
{
    for (k=0; k<s; k++)
        {
        y[j][3] = y[j][3] + y[j][0]*h[j];.
        y[j][4] = y[j][4] + y[j][1]*h[j];
    y[j][5] = y[j][5] + y[j][2]*h[j];
        y[j][6] = y[j][6] + dz;
        k1 = f(gen);
        k2 = g(gen);
        k3 = r(gen);
        dv1 = -(h[j]/ld[j])*y[j][0] + sqrt(h[j]/ld[j])*((1.-y[j][0]*y[j][0])\
        *k1-y[j][0]*y[j][1]*k2-y[j][0]*y[j][2]*k3);
        dv2 = -(h[j]/ld[j])*y[j][1] + sqrt(h[j]/ld[j])*((1.-y[j][1]*y[j][1])\
        k2-y[j][0]*y[j][1]*k1-y[j][1]*y[j][2]*k3);
        dv3 = -(h[j]/ld[j])*y[j][2] + sqrt(h[j]/ld[j])*((1.-y[j][2]*y[j][2])\
        k3-y[j][0]*y[j][2]*k1-y[j][1]*y[j][2]*k2);
        y[j][0] = y[j][0] + dv1;
        y[j][1] = y[j][1] + dv2;
        y[j][2] = y[j][2] + dv3;
        normal = sqrt(y[j][0]*y[j][0]+y[j][1]*y[j][1]+y[j][2]*y[j][2]);
        y[j][0] = y[j][0]/normal;
        y[j][1] = y[j][1]/normal;
        y[j][2] = y[j][2]/normal;
        }
}
```

```
}
}
}
```

.2. Propagación incluyendo efecto de la interacciones

Esta sección muestra el programa utilizado para simular la propagación en un Universo en expansión, considerando efectos del campo magnético e interacciones. El programa recibía un *text file* que detallaba el efecto de las interacciones sobre el *redshift*, masa, carga y energía del *main fragment*. Sobre dicha información se simulaba el efecto de los campos magnéticos, obteniendose información sobre la distancia final a la fuente, el ángulo final entre velocidad y dirección a la fuente.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <iomanip>
#include <string>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#include <TRandom3.h>
#include <vector>


long double c = 3.06562/pow(10, 7); // Lights speed in MPc/yr
float Bamp = 2; // Turbulent magnetic field amplitude in nG
float Lcoh = 1.; // Coherence lenght in MPc
long double Ho = 7.2/pow(10., 11); // Hubble's constant
long double Omegam = 0.3; // Matter density of the Universe
long double Omegade = 1.-Omegam; // Dark energy density of the Universe
float ai = 0.9, al = 0.23, rmk = 5./3.; // Parameters for the Kolmogorov B spectrum
int m = 1; // Index that considers MHD energy losses

void Initiatearray (long double y[7], long double Z);
void EvolveParticle (long double y[7], long double Ee, long double Ec0,\
long double ld, long double dz,\
long double Zo, long double Zf);
```

```
void Integrated_results()
{
        int Nevents = 1000000;
        std::vector <long double> Energy;// vector to store a nucleus energy
        std::vector <long double> Redshift;        // vector to store a nucleus re
        std::vector <long double> Charge;// vector to store a nucleus charge
        std::vector <long double> Mass;        // vector to store a nucleus mass

        long double Ee;
        long double Q;
        long double M;
        long double Z;
        float Ec0;         // Critical Energy
        long double ld, h; // h represents both the step in time and space
        long double dz = -0.0001; // step in redshift
        long double dx;
        //int i=0;
        long double y[7]; // Components 0, 1 & 2 represent the speed
        // particle. Components 3, 4 & 5 represent the position
        // Given that particles are always in the ultrarelativistic
        // limit, their speed will be assumed
        // to equal that of light. c=1
        long double a;



        std::string line, line2;
        std::ifstream g, l;
        std::ofstream f, t;

        f.open("/home/oscar/Desktop/Propagation in both things/\
        Final conditions/Uniforme_en_t/Final conditions 5F.txt");

        g.open("/home/oscar/Desktop/Integrated_results/Uniforme_en_t\
        /Heaviest nucleus Fe 56.txt");
        l.open("/home/oscar/Desktop/Integrated_results/Uniforme_en_t\
        /Heaviest nucleus Fe 56.txt");
```

```
std::getline(l, line); std::getline(g, line);



for(int i=0; i<Nevents ; i++)
{
        std::cout << i <<'\n';
        while(true)
        {
                std::getline(l, line);

                if (line.empty())
                {
                        std::getline(g, line2);
                        break;
                }// When there is an empty line the event ends.

                g >> Ee >> Z >> Q >> M;
                // Reads values from the data file

                if(M>0 && Q>0)
                {
                        if (Redshift.size() == 0)
                        {
                                Energy.push_back (Ee);
                                Redshift.push_back(Z);
                                Charge.push_back (Q);
                                Mass.push_back (M);
                        }
                        else if (Redshift[Redshift.size()-1] == Z)
                        {
                                Energy[Energy.size()-1] = Ee;
                                Redshift[Redshift.size()-1] = Z;
                                Charge[Charge.size()-1] = Q;
                                Mass[Mass.size()-1] = M;
                        }
                        else
                        {
                                Energy.push_back (Ee);
```

```
                        Redshift.push_back(Z);
                        Charge.push_back (Q);
                        Mass.push_back (M);
                }
        }
}

Initiatearray (y, Redshift[0]);
// Lays out the initial
//conditions for the UHECRs propagation

for(unsigned int j=0; j<Redshift.size(); j++)
{
        long double Zo, Zf;

        if((j) >= (Redshift.size()-1))
        {
                Zo = Redshift[j];
                Zf = 0;
        }
        else
        {
        // For every other case, THIS IS FINE
        //(PICTURE OF BURNING DOG)
                Zo = Redshift[j];
                Zf = Redshift[j+1];
        }

        Ee = Energy[j];
        a = 1./(1+y[6]);
        Ec0 = 0.9*Bamp*Lcoh*Charge[j]*pow(10,18);

        EvolveParticle(y, Ee, Ec0, ld, dz, Zo, Zf);
}

long double dist;
long double cospos;
dist = sqrt(y[3]*y[3]+y[4]*y[4]+y[5]*y[5]);
cospos = (y[0]*y[3]+y[1]*y[4]+y[2]*y[5])/dist;
```

```
                if(dist !=0)
                {
                f << Energy[0]/pow(10,18) <<        "        " <<\
                (Ee/(1.+Redshift[Redshift.size()-1]))/pow(10,18) <<" "
                << dist << "        "        << cospos <<" "\
                << Charge[Charge.size()-1] <<" " << Charge[0]
                <<" " << Mass[Mass.size()-1] << "        " << Mass[0]  << \
                "        " << Redshift[0] << '\n';
                }

                Energy.clear();
                Charge.clear();
                Mass.clear();
                Redshift.clear();
        }

        f.close();
        g.close(); l.close();


        std::cout << "El programa se ha completado. El numero de eventos procesados es
        //return 0;
}



////////////////////////////
//END OF THE MAIN FUNCTION//
////////////////////////////



void Initiatearray(long double y[7], long double Z)                // Sets the inital
{
        long double normal;

        y[0] = (2.*rand())/RAND_MAX -1.;// RANDOM SPEED IN X DIRECTION
        y[1] = (2.*rand())/RAND_MAX -1.;// RANDOM SPEED IN Y DIRECTION
        y[2] = (2.*rand())/RAND_MAX -1.;// RANDOM SPEED IN Z DIRECTION
```

```
        y[3] = 0.;
        y[4] = 0.;
        y[5] = 0.;
        y[6] = Z;

        normal = sqrt(y[0]*y[0]+y[1]*y[1]+y[2]*y[2]);

        y[0] = y[0]/normal;
        y[1] = y[1]/normal;
        y[2] = y[2]/normal;
}



void EvolveParticle(long double y[7], long double Ee, long double Ec0,\
                                        long double ld, long double dz, long double
{
 // dx es el paso calculado usando coordenadas comovientes.
 //h el paso como fraccion de la longitud de difusion (ld)
 // dz el paso el redshift
 // Zo el redshift en que se inicia este paso
 // Zf el redshift en que se termina este paso
        /*delete gRandom;
        gRandom = new TRandom3;*/

        long double normal;        // particle's speed norm
        long double dx, h, Z0;
        Z0 = y[6];

        float k1, k2, k3, dv1, dv2, dv3;// k1..3 are random gaussian numbers.
        //dv1..3 are changes in velocity components
        int s;
        int k;
        dz=dz;

        while (y[6]>Zf)                // While redshift is greater than
        //the value which marks the end of the step, this iterates
        {
        ld = (Lcoh/(1.+y[6]))*(4.*(Ee/Ec0)*(Ee/Ec0)*pow(1.+y[6], 2)\
```

```
/( pow(1.+Z0,2)) + ai*(Ee/Ec0)*pow(1.+y[6], 1)\
/(1.+Z0) + al*pow(Ee/Ec0 , 2.-rmk)*pow(1.+y[6], (1)*(2.-rmk))\
/pow(1.+Z0, 2.-rmk) );

    dx = -c*dz/(Ho*sqrt(Omegam*pow(1+y[6], 3) + Omegade));
    ld = ld*(1. + y[6]);// Long de dif en coord comov
    h = ld/20.;

    if(dx<=h)
    {
    if(y[6]>Zf)
    {
            y[3] = y[3] + y[0]*dx;//X coordinate evolves
            y[4] = y[4] + y[1]*dx;// Y coordinate
            y[5] = y[5] + y[2]*dx;// Z coordinate
            y[6] = y[6] + dz;

            k1 = gRandom->Gaus(0.,1.);
            k2 = gRandom->Gaus(0.,1.);
            k3 = gRandom->Gaus(0.,1.);

            dv1 = -(dx/ld)*y[0] + sqrt(dx/ld)*((1.-y[0]*y[0])*k1
                    -y[0]*y[1]*k2-y[0]*y[2]*k3);
            dv2 = -(dx/ld)*y[1] + sqrt(dx/ld)*((1.-y[1]*y[1])*k2\
                    -y[0]*y[1]*k1-y[1]*y[2]*k3);
            dv3 = -(dx/ld)*y[2] + sqrt(dx/ld)*((1.-y[2]*y[2])*k3\
                    -y[0]*y[2]*k1-y[1]*y[2]*k2);

            y[0] = y[0] + dv1;
            y[1] = y[1] + dv2;
            y[2] = y[2] + dv3;
            normal = sqrt(y[0]*y[0] + y[1]*y[1] + y[2]*y[2]);
            y[0] = y[0]/normal;
            y[1] = y[1]/normal;
            y[2] = y[2]/normal;
    }
    else{break;}
    }
    else                                                    // If diffusion
```

```
                {                                                    // (It se
                s = (int)(dx/h + 1);

                if(y[6]>Zf)
                {
                        for (k=0; k<s; k++)
                        {

                        y[3] = y[3] + y[0]*dx/s;
                        // The total step at the end must be dx
                        y[4] = y[4] + y[1]*dx/s;
                        y[5] = y[5] + y[2]*dx/s;

                        k1 = gRandom->Gaus(0.,1.);
                        k2 = gRandom->Gaus(0.,1.);
                        k3 = gRandom->Gaus(0.,1.);

                    dv1 = -(dx/(s*ld))*y[0] + sqrt(dx/(s*ld))*((1.- y[0]*y[0])*k1
                                              - y[0]*y[1]*k2 - y[0]*y[2]*k3);
                    dv2 = -(dx/(s*ld))*y[1] + sqrt(dx/(s*ld))*((1. - y[1]*y[1])*k2\
                                              - y[0]*y[1]*k1 - y[1]*y[2]*k3);
                    dv3 = -(dx/(s*ld))*y[2] + sqrt(dx/(s*ld))*((1. - y[2]*y[2])*k3\
                                              - y[0]*y[2]*k1 - y[1]*y[2]*k2);

                        y[0] = y[0] + dv1;
                        y[1] = y[1] + dv2;
                        y[2] = y[2] + dv3;
                        normal = sqrt(y[0]*y[0] + y[1]*y[1] + y[2]*y[2]);
                        y[0] = y[0]/normal;
                        y[1] = y[1]/normal;
                        y[2] = y[2]/normal;;
                        }
                        y[6] = y[6] + dz;
                        }
                        else{break;}
                }
        }
}
```

.3. Flujo proveniente de las fuentes

Esta sección muestra el programa utilizado para calcular el flujo y factor G provenientes de un ensemble de fuentes. Utiliza como *input* la salida del programa de la sección anterior.

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <iomanip>
#include <string>
using namespace std;

# include <math.h>
# include <math.h>
# include <stdlib.h>
# include <stdio.h>
# include <time.h>

#include <new>
#include <ctime>
#include <random>


struct Particle_data
{
        long double Eini;// Initial energy
        long double Ee;        // Arrival energy
        long double dist;// Source's distance
        long double cospos;
        // Cosine between final speed and arival direction
        int charge;                // Charge
        int charge_0;        // Initial charge
        int Mass;        // Mass
        int Mass_0;        // Initial mass
        long double Zini;        // Initial redshift
        int deletable ;
        // If 0 don't delete element, any other case burn in hell
};
```

```
const int N = 1000000;
const float pi = 3.141592653;
const long double c = 3.06562/pow(10, 7);                                    //
const long double Omega_m = 0.3;
const long double Omega_de = 0.7;
const long double Emin = 0.01;
const long double Emax = 1000;
const long double ldE = 0.2;
//const float Q_max = 26.;
const int T = (int)((log10(Emax)-log10(Emin))/ldE + 1);
const long double Zo = 0.1;
const long double Zf = 0.;
const long double dz = 0.00001;


//const long double ai = 0.9, al = 0.23, rmk = 5./3.;
const long double B = 1, Lcoh = 1.;
// Parameters of the extragalactic magnetic fields
const long double Ec = 0.9*B*Lcoh*1;
// Energy at which the Larmor radius equal Lcoh.

//bool Source_sorter(Particle_data const& lhs, Particle_data const& rhs);
long double Source_distance(int i, float ds, long double Rs, int Im);
long double Number_of_sources(long double Rs, float ds, int i, int Im);
long double Energynorm(int N, float gamma);
long double Integrate(long double dz, long double Zfin, \
                      long double Zini, int func);
void Binner(long double n[], long double counter[]);

long double Timered = Integrate(dz, Zf, Zo, 1);
long double distlight = Integrate(dz, Zf, Zo, 2);



////////////////////////////////////
////////////////////////////////////
////HERE THE MAIN PROGRAM BEGINS////
////////////////////////////////////
```

```
//////////////////////////////////////


int main()
{
Particle_data particle;
std::vector <Particle_data> Simulation_results;
// Vector con resultados de la simulacion
const int gamma = 2;
int Ns = 10000;
// Number of sources that will be considerated
long double dNs;
// Number of sources in a given spherical shell
int ds = 65;
// Inverse of the cubic root of source's density
int num = 0;        // iterator
int Im;
// Point at which the fast summing scheme begins
long double flux[T] = {0};
// Flux in a continuous scenario
long double norm = 0;


ifstream myinput, myinput2;
ofstream mypros;
string filename;
string str = std::to_string(Ns);
string str2 = std::to_string(ds);
filename = "/home/oscar/Desktop/Source flux/Uniforme_en_t/Source flux\
5A Ns_" + str +" ds_" + str2 +".txt";        //Output file

myinput.open("/home/oscar/Desktop/Propagation in both things/Final conditions\
/Uniforme_en_t/Final conditions 5A.txt");//Input file
mypros.open (filename);


if(myinput.fail()){ // checks to see if file opended
```

```
        std::cout << "error" ;
        return 1; // no point continuing if the file didn't open...
}

if(mypros.fail()){ // checks to see if file opended

        std::cout << "error, no se abrio archivo de salida" ;
        std::cout << "error, no se abrio archivo de salida" ;
        return 1; // no point continuing if the file didn't open...
}

while(!myinput.eof() && num<N)
{
        myinput >> particle.Eini;
        myinput >> particle.Ee;        // Arrival energy
        myinput >> particle.dist;
        myinput >> particle.cospos;
        myinput >> particle.charge;
        myinput >> particle.charge_0;
        myinput >> particle.Mass;
        myinput >> particle.Mass_0;
        myinput >> particle.Zini;
        particle.deletable = 0;

        if( Emin < particle.Ee)
        {
                num++;
                Simulation_results.push_back(particle);
                float holder = ((log10(particle.Ee) - log10(Emin))/ ldE);
                flux[(int)holder] = flux[(int)holder] + 1./(particle.Eini);
        }
}
myinput.close();cout<< num <<'\n';
norm  = Energynorm(num, gamma);

mypros << "Energy(EeV)" << "        " << "Source's flux" \
       << "        " << "G(E)" << '\n';
```

```
int i = 0, g;
float holder;
vector <long double> R_i;
// Vector with sources distances
float dr = 0.5; // Width of the spherical shell
vector<long double> Spectrum;
// Spectrum of discrete sources
vector< long double > Number;
// Number of sources at the i-th spherical shell


Im = (1.*ds) * pow(3./(4.*pi), 1./3.) / (0.3*dr);
Im = (int) (pow(Im, 1.5) - 1) + 1;
cout << Im << '\n';

R_i.push_back(Source_distance(i+1, ds, 0, Im));
dNs = (int)(Number_of_sources(R_i[R_i.size()-1], ds, 0, Im));
Number.push_back(dNs);



while(i < Ns)
{
        g = 0;
        // If g=0 at the end of the loop, we brake it.

        long double counter[T] = {0};
        long double n[T] = {0};

        for(unsigned int l=0; l<Simulation_results.size(); l++)
        {
        if((Simulation_results[l].dist < R_i[i] + dr) &&\
        (Simulation_results[l].dist > R_i[i] - dr))
        {
                holder = ((log10(Simulation_results[l].Ee) - log10(Emin)) / ldE);
                counter[(int)holder] = counter[(int)holder] +\
                1./(norm*Simulation_results[l].Eini);
                g++;
        }
```

```
        }


        if(g == 0){

                //Breaks the loop if g=0.
                break;
        }

        i++;

        if (i < 10*Ns){

                R_i.push_back(Source_distance(i+1, ds, R_i[R_i.size()-1], Im));
                dNs = (int)(Number_of_sources(R_i[R_i.size()-1], ds, i, Im));
                Number.push_back(dNs);
                /*Q_s_norm = Energynorm(g, gamma);
                Q_s.push_back (Q_s_norm);*/
        }

        Binner(n, counter);
        Spectrum.insert(Spectrum.end(), n, n+T);

}


//The S vector.
// Component 0 stores the sum of all the sources.
// Component 1 stores the expected values for that enhancement.

long double s[2], sqr_radii, Energy;

for (int l = 0; l < T; l++)
{
        Energy = pow(10.,ldE*l + log10(Emin) + ldE/2);
        // Calculates the energy value corresponding to a given energy bin
        s[0] = 0; s[1] = 0;
        // The +ldE/2 is vital. DO NOT REMOVE UNDER ANY CIRCUMSTANCE
```

```
        for(unsigned int j = 0; j < R_i.size(); j ++){

                sqr_radii = R_i[j]*R_i[j];
                s[0] = s[0] + (Spectrum[l + j*T]*Number[j])/sqr_radii;
        }

        s[0] = s[0];
        s[1] = flux[l];

                mypros << Energy << "        ";
                s[0] = s[0] * norm * Energy;// * Energy;
                s[1] = s[1] * norm * Energy;// * Energy;
                mypros << s[0] << "        " <<  s[1] << "        " << s[0]/s[1];

        mypros << '\n';
}

mypros.close();

return 0;
}



////////////////////////////////////////
////////////////////////////////////////
////////// END OF MAIN PROGRAM //////////
////////////////////////////////////////
////////////////////////////////////////



long double Source_distance(int i, float ds, long double Rs, int Im)
{
        long double r_i;
        int n = 0;
        long double aGamma = tgamma(1./3.), bGamma = tgamma(1);
        long double quotient = 0;
```

```
        if (i <= Im)
        {
                quotient = aGamma/bGamma;
                while (n <i)
                {
                        quotient = (3.*(i-n)-2)*quotient/(3.*(i-n));
                        n=n+1;
                }
                quotient = quotient*i;
                r_i = pow(3./(4.*pi), 1./3.)*ds*quotient;
        }
        else
        {
                r_i = Rs + 1.;
        }

        cout << i << "        " << r_i<< '\n';

        return r_i;
}



long double Number_of_sources(long double Rs, float ds, int i, int Im)
{
        float dNs;
        float a = 0;

        if (i<Im)
        {
                dNs = 1;
        }
        else
        {
                a = 1;
                dNs = (4.*pi/(3.*ds*ds*ds))*(3.*Rs*Rs*a + a*a*a/3.);
        }
        return dNs;
```

```
}



long double factorial(int n)
{
  return (n == 1 || n == 0) ? 1 : factorial(n - 1) * n;
}



long double Energynorm(int Nevents, float gamma)
//Check this if you changed energy spectrum.
//It may no longer be valid
{
        long double norm;
        if (gamma==1)
        {
                norm = Nevents/log(Emax/Emin);
        }
        else
        {
                norm = (1-gamma)*Nevents/(pow(Emax, 1-gamma) -\
                pow(Emin, 1-gamma));
        }

        return norm;
}



long double Integrate(long double dz, long double Zfin, long double Zini, int func)
{
        long double time=0;
        long double z = Zfin;
        long double a, b;
        long double Ho = 7.2/pow(10., 11);
        // Hubble's constant 7.2*10^-11 yr^-1
        long double Omegam = 0.3;
```

```
        // Matter density of the Universe
        long double Omegade = 1.-Omegam;
        // Dark energy density of the Universe

        if (func == 1)
        {
        while(z<Zini)
        {
                a = 1./((1.+z)*sqrt((1.+z)*(1.+z)*(1.+z)*Omegam \
                + Omegade));
                b = 1./((1.+z+dz)*sqrt((1.+z+dz)*(1.+z+dz)*\
                (1.+z+dz)*Omegam + Omegade));

                time = time + (a + b)*dz/2.;
                z = z + dz;
        }
        }
        else
        {
        while(z<Zini)
        {
                a = 1./(sqrt((1.+z)*(1.+z)*(1.+z)*Omegam + Omegade));
                b = 1./(sqrt((1.+z+dz)*(1.+z+dz)*(1.+z+dz)*Omegam +\
                Omegade));

                time = time + (a + b)*dz/2.;
                z = z + dz;
        }
        time = time*c;
        }

        time = time/Ho;
        //std::cout << time<<'\n';
        return time;
}



void Binner(long double n[], long double counter[])
```

```
{
        //long double E, E2;
        //long double C, R, ai = 0.9, al = 0.23, rmk = 5./3.;
        //long double Ld;

        for (int l= 0; l<T; l++)
        {
                if(counter[l] != 0)
                {
                        n[l] = (1.*counter[l]);
                }
        }
}
```

Bibliografía

[1] S. Mollerach y E. Roulet. "Progress in high-energy cosmic ray physics". En: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 98 (ene. de 2018), págs. 85-118. DOI: 10.1016/j.ppnp.2017.10.002. arXiv: 1710.11155 [astro-ph.HE].

[2] Claus Grupen. *Astroparticle Physics*. Springer, 2005. ISBN: 3-540-25312-2.

[3] Girardi L. et al. "Evolutionary tracks and isochrones for low- and intermediate-mass stars: from 0.15 to 7 $m_{sun}, andfromz = 0{,}0004to0{,}03$". En: *Astron. Astrophys. Suppl. Ser* 141 (oct. de 1999), págs. 371-383. ISSN: 0021-9991. DOI: 10.1051/aas:2000126". URL: https://inspirehep.net/record/519725.

[4] A. Friedmann. "Über die Krümmung des Raumes". En: *Zeitschrift fur Physik* 10 (1922), págs. 377-386. DOI: 10.1007/BF01332580.

[5] V. Berezinsky y A. Z. Gazizov. "Diffusion of Cosmic Rays in the Expanding Universe. II. Energy Spectra of Ultra-High Energy Cosmic Rays". En: *Astrophysical Journal* 669 (nov. de 2007), págs. 684-691. DOI: 10.1086/520498. eprint: astro-ph/0702102.

[6] R. Aloisio y col. "SimProp v2r4: Monte Carlo simulation code for UHECR propagation". En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 11, 009 (nov. de 2017), pág. 009. DOI: 10.1088/1475-7516/2017/11/009. arXiv: 1705.03729 [astro-ph.HE].

[7] A. Achterberg y col. "Intergalactic Propagation of UHE Cosmic Rays". En: *ArXiv Astrophysics e-prints* (jul. de 1999). eprint: astro-ph/9907060.

[8] Henry Stark. *Probability and Random Processes with Applications to Signal Processing*. Prentice Hall, 2002. ISBN: 0-13-020071-9.

[9] D. Harari, S. Mollerach y E. Roulet. "Anisotropies of ultrahigh energy cosmic ray nuclei diffusing from extragalactic sources". En: *Physical Review Letters D* 92.6, 063014 (sep. de 2015), pág. 063014. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.063014. arXiv: 1507.06585 [astro-ph.HE].

[10] Kendall A Atkinson. *An Introduction to Numerical Analysis*. John Wiley Sons, 1989. ISBN: 978-0-471-50023-0.

[11] Robert D. Engle, Robert D. Skeel y Matthew Drees. "Monitoring Energy Drift with Shadow Hamiltonians". En: *J. Comput. Phys.* 206.2 (jul. de 2005), págs. 432-452.

ISSN: 0021-9991. DOI: 10.1016/j.jcp.2004.12.009. URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2004.12.009.

[12] N. Globus, D. Allard y E. Parizot. "Propagation of high-energy cosmic rays in extragalactic turbulent magnetic fields: resulting energy spectrum and composition". En: *Astronomy Astrophysics* 479 (feb. de 2008), págs. 97-110. DOI: 10.1051/0004-6361:20078653. arXiv: 0709.1541.

[13] R. Aloisio y col. "SimProp: a simulation code for ultra high energy cosmic ray propagation". En: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 10, 007 (oct. de 2012), pág. 007. DOI: 10.1088/1475-7516/2012/10/007. arXiv: 1204.2970 [astro-ph.HE].

[14] J. L. Puget, F. W. Stecker y J. H. Bredekamp. "Photonuclear Interactions of Ultrahigh-Energy Cosmic Rays and their Astrophysical Consequences". En: *Astrophys. J.* 205 (1976), págs. 638-654. DOI: 10.1086/154321.

[15] F. W. Stecker y M. H. Salamon. "Photodisintegration of Ultra–High-Energy Cosmic Rays: A New Determination". En: *The Astrophysical Journal* 512.2 (feb. de 1999), págs. 521-526. ISSN: 1538-4357. DOI: 10.1086/306816. URL: http://dx.doi.org/10.1086/306816.

[16] A.J. Koning, S. Hilaire y M.C. Duijvestijn. "TALYS-1.0". En: *International Conference on Nuclear Data for Science and Technology 2007* (2007), pág. 058. DOI: 10.1051/ndata:07767.

[17] R. Aloisio y Veniamin Berezinsky. "Diffusive propagation of UHECR and the propagation theorem". En: *Astrophys. J.* 612 (2004), págs. 900-913. DOI: 10.1086/421869. arXiv: astro-ph/0403095 [astro-ph].

[18] Veniamin Berezinsky y A. Z. Gazizov. "Diffusion of cosmic rays in expanding universe". En: *Astrophys. J.* 643 (2006), págs. 8-13. DOI: 10.1086/502626. arXiv: astro-ph/0512090 [astro-ph].

[19] Silvia Mollerach y Esteban Roulet. "Magnetic diffusion effects on the ultra-high energy cosmic ray spectrum and composition". En: *JCAP* 1310 (2013), pág. 013. DOI: 10.1088/1475-7516/2013/10/013. arXiv: 1305.6519 [astro-ph.HE].