T.M. (043)53 2021 AC 25 MAESTRÍA EN FÍSICA TECNOLÓGICA

# SIMULADOR DE EFECTOS TRANSITORIOS EN PROPULSOR DE EFECTO HALL Y VALIDACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES.

Marco Daniel Acciarri

Ing. José Relloso Director Ing. Santiago Martínez Colaborador

Miembros del Jurado Dr. Andrés Etchepareborda (Instituto Balseiro) Dr. Javier Dawidowski (Instituto Balseiro) Dr. Pablo García Martinez (Instituto Balseiro)

12 de Marzo de 2021

## INVAP

Instituto Balseiro Universidad Nacional de Cuyo Comisión Nacional de Energía Atómica Argentina

INVENTARIO: 24137 05.07.2021 Biblioteca Leo Falicov

A mis padres, Mario y Mónica

# Indice de contenidos

In	dice	de contenidos	$\mathbf{V}$
In	dice	de figuras	vii
In	dice	de tablas	ix
Re	e <b>sum</b>	en	xi
1.	Pro	pulsor de efecto Hall	1
	1.1.	Motivación	1
	1.2.	Objetivos	2
	1.3.	Propulsores eléctricos	3
	1.4.	Funcionamiento de un HET	4
	1.5.	Análisis de corrientes	7
	1.6.	Algunos tópicos de los propulsores de efecto Hall	9
		1.6.1. Campo magnético	9
		1.6.2. Paredes dieléctricas y bombardeo de iones	12
		1.6.3. Láminas (sheaths)	12
		1.6.4. Emisión de electrones.	12
		1.6.5. Conducción cercana a las paredes (NWC)	13
		1.6.6. Oscilaciones del plasma	13
2.	Sim	ulación de un propulsor de efecto Hall	15
	2.1.	Discretización de las ecuaciones	17
		2.1.1. Particle-In-Cell	17
	2.2.	Método implementado	18
3.	Mo	delo del sistema	21
	3.1.	Iones	21
	3.2.	Neutros	22
	3.3.	Electrones	23
		3.3.1. Ánodo v cátodo	24

	3.4.	.4. Campo Eléctrico y campo Magnético		
	3.5.	Modelo implementado y diferencias respecto del modelo estacionario		
		híbrido fluido PIC	25	
4.	Mét	odo numérico	<b>27</b>	
	4.1.	Transitorio	27	
	4.2.	Geometría	27	
	4.3.	Modelo implementado	29	
	4.4.	Particle-In-Cell (PIC)	36	
5.	Res	ultados y discusión.	47	
	5.1.	Resultados numéricos	47	
		5.1.1. Simulación en el Canal de Aceleración	54	
<b>6</b> .	Con	clusiones	63	
Bi	bliog	rafía	65	
Ag	Agradecimientos 6			

# Indice de figuras

1.1.	Estructura interna y externa de un SPT-100	5
1.2.	Diagrama de las corrientes eléctricas principales en el SPT [1]	7
1.3. Gráfica del comportamiento de la corriente de descarga $(J_d, [A])$		
	función del voltaje de descarga ( $U_d$ , [V]). Esto, para $\dot{m} = 1, 2 \text{ y } 3 \text{ mg/s}.$	
	La gráfica señalada como 2 a está hecha con $\dot{m}$ =2 mg/s pero para un	
	valor de campo magnético distinto al óptimo.	8
1.4.	Lineas de campo magnético del SPT-100B (izquierda) y SPT-100M (de-	
	recha) [2]	11
4.1.	Dominio espacial donde se realiza la simulación para un SPT-100	28
4.2.	Esquematización del método Multigrid	32
4.3.	Esquematización del método Gauss Seidel.	33
4.4.	Magnitud del campo magnético utilizado en la simulación a lo largo del	
	eje central $r = r_{med} = 0.425 cm.$	34
4.5.	Magnitud del campo magnético utilizado en la simulación. $\ldots$ . $\ldots$	34
4.6.	Lineas de contorno del campo magnético utilizado en la simulación. $\ .$ .	35
4.7.	Sección de dominio donde una partícula en $(\boldsymbol{z},r)$ está rodeada por los	
	nodos $1 = (i, j), 2 = (i, j + 1), 3 = (i + 1, j + 1) $ y $4 = (i + 1, j). $	36
4.8.	Secciones eficaces asociadas a los posibles eventos de scattering entre	
	electrones y átomos neutros de Xe y la sección eficaz total	41
4.9.	Diagrama de flujo del algoritmo implementado para un simulador del	
	régimen transitorio y estacionario de un propulsor de efecto Hall	43
4.10.	Tiempo de ejecución y aceleración lograda con la paralelización de la	
	función Scatter.	45
4.11.	Tiempo de ejecución y aceleración lograda con la paralelización de la	
	función producto vectorial.	45
4.12.	Tiempo de ejecución y aceleración lograda con la paralelización de la	
	función de mapeo	45
5.1.	Densidad de electrones en distintos instantes de tiempo	49

Densidad de Xe neutro en distintos instantes de tiempo.	50
Corriente del ánodo Ia.	51
Corriente del ánodo Ia en el régimen estacionario.	51
Densidad de iones en distintos instantes de tiempo	52
Potencial eléctrico en distintos instantes de tiempo	53
Componente axial del campo eléctrico en la linea central r= $4.25$ (cm).	53
Densidad de carga en el estado estacionario.	54
Campo magnético radial en el canal de aceleración	55
Densidad de electrones en distintos instantes de tiempo	56
Densidad de electrones en el estado estacionario	56
Potencial eléctrico en distintos instantes de tiempo	57
Densidad de iones en el estado estacionario.	57
Corriente del ánodo en función del tiempo	58
Corriente del ánodo en función del tiempo. A la izquierda se indica la	
descarga inicial y a la derecha el régimen estacionario	59
Corriente del ánodo en función del tiempo para distintos valores del	
voltaje del ánodo	59
Valor máximo al canzado por la corriente del ánodo en función $Va. \ . \ .$	60
Valor máximo alcanzado por la corriente del ánodo en función del caudal	
másico	61
	Densidad de Xe neutro en distintos instantes de tiempo

# Indice de tablas

1.1.	Especificaciones principales de un SPT-100 [3]	4
5.1.	Especificaciones principales del SPT-100	47

# Resumen

En el presente trabajo se desarolló un programa que simula un propulsor de efecto Hall, de tipo propulsor de plasma estacionario (SPT, por sus siglas en inglés).

El primer capítulo hace una presentación del propulsor de efecto Hall (HET, por sus siglas en inglés), su historia e importancia en la actualidad. Posteriormente se procede a explicar el funcionamiento básico de este tipo de propulsor usando como base el SPT-100; se exponen los parámetros con los que se suele medir su rendimiento y algunos fenómenos presentes en el propulsor que pueden impactar el desarrollo de la simulación.

El segundo capítulo expone las metodologías más comunes encontradas en la literatura para desarrollar una simulación de un HET y se hace una breve introducción del método escogido para este trabajo: modelo full PIC 2D 3V Monte Carlo, con un dominio bidimensional.

El tercer capítulo muestra el desarrollo teórico para describir al sistema, fraccionándolo en el tratamiento realizado sobre los iones, neutros y electrones.

El cuarto capítulo describe el método numérico utilizado para simular el sistema. Todas las especies se tratan como macropartículas mediante el método PIC. Sin embargo, debido a que la dinámica de los electrones es mucho más rápida que la de los iones y neutros, para el avance de la ecuación de movimiento de los mismos se establece una subrutina con un paso de tiempo más chico dentro de la rutina principal que involucra todo el sistema. Se menciona además el desarrollo de una paralelización del código, para poder ejecutarlo en GPUs y acelerar el tiempo de ejecución.

Por último, el quinto capítulo expone los resultados de la simulación para un propulsor modelo SPT-100. La simulación logró reproducir algunos fenómenos físicos y parámetros globales del propulsor, sin embargo se encontraron diferencias en cuanto a la corriente de descarga, su frecuencia y la densidad de partículas cargadas. Se realiza un análisis del posible origen de esta discrepancia.

**Palabras clave:** SIMULACIÓN, PROPULSIÓN ELÉCTRICA, PROPULSOR DE EFECTO HALL, PLASMA, HÍBRIDO PIC-FLUIDO

# Capítulo 1

# Propulsor de efecto Hall

"Cuando la gente está comprometida de verdad, los argentinos podemos hacer muchas cosas importantes."

— Conrado Varotto, Fundador de INVAP

# 1.1. Motivación

La realización de este trabajo está motivada por el desarrollo de un modelo de ingeniería de un satélite geoestacionario comercial en el marco de un proyecto de la empresa GSATCOM. Dicha empresa es el resultado de un "Joint Venture" entre INVAP y Turkish Aerospace Industries. El objetivo de esta nueva empresa es el desarrollo de una nueva serie de satélites, para ingresar en forma competitiva en el mercado internacional de satélites de telecomunicaciones de bajo peso y alto rendimiento.



Por lo mencionado anteriormente, el proyecto para el cual se realizó esta tesis consiste en el desarrollo de un modelo de ingeniería de un satélite geoestacionario de alta tecnología

y versátil para su posterior fabricación y venta. Dicho satélite contará, entre otras tecnologías, con un sistema de propulsión puramente eléctrico basado en propulsores de efecto Hall (HET). Este sistema de propulsión eléctrica le permitirá al satélite realizar maniobras orbitales (como la transferencia orbital de LEO a GEO) con una mayor eficiencia a la correspondiente de los propulsores químicos, así como también, mantener la órbita del mismo prolongando su vida útil. El propulsor será comprado a la empresa rusa OKB Fakel con amplia experiencia en el rubro. Sin embargo la electrónica de control de la unidad de procesamiento de potencia (PPU) será diseñada y fabricada en Invap. Para el diseño de la misma, es necesario tener información precisa acerca de ciertos parámetros físicos del propulsor en diferentes regímenes de trabajo. Para obtener esta información y responder a las preguntas requeridas por el equipo de ingenieros electrónicos de Invap, en el marco del trabajo expuesto, se desarrolló un simulador del propulsor HET con la posibilidad de adaptarlo a diferentes geometrías y parámetros de control.

# 1.2. Objetivos

Un propulsor de efecto Hall es un propulsor eléctrico diseñado para proveer, en forma eficiente, un empuje pequeño, del orden de 100 mN, durante largos períodos de tiempo y en forma continua. Estas propiedades lo hacen interesante para utilizarlo tanto como fuente de empuje para transferencia orbital, como para mantener un satélite en una órbita determinada. Sin embargo, gran parte de la física del propulsor no se entiende por completo en la actualidad. Para responder preguntas relacionadas con el comportamiento del mismo y acerca del diseño de propulsores mas avanzados, se desarrollaron numerosos simuladores de diferentes tipos de propulsores. En este trabajo se busca desarrollar un simulador del propulsor que permita reproducir el comportamiento del mismo para luego utilizarlo como herramienta de diseño de la electrónica de control a implementar en una plataforma satelital geoestacionaria.

El objetivo de este trabajo es desarrollar un simulador de un propulsor de efecto Hall tanto para el régimen transitorio (arranque) como el estacionario. Como continuación del trabajo de tesis de grado en Licenciatura en Física, en el cual se desarrolló un simulador del régimen estacionario con un modelo limitado, se adoptó un nuevo modelo y método numérico para poder reproducir los fenómenos físicos que no era posible simular previamente, tales como el régimen transitorio.

En el trabajo previo, el simulador del régimen estacionario incluía una serie de suposiciones necesarias para utilizar un modelo híbrido de física de plasmas a expensas de perder precisión en la simulación pero, al mismo tiempo, a un menor costo computacional. Por este motivo el trabajo presente trata sobre el desarrollo de un simulador con un modelo que requiera de menos suposiciones y permita estudiar la evolución del plasma en el propulsor, desde el encendido hasta el estado estacionario. Esto implica desarrollar un código mas robusto pero a expensas de aumentar el costo computacional.

Finalmente se trabajó en una paralelización del mismo en GPU con el objetivo de minimizar el tiempo de ejecución del algoritmo y de esta manera proporcionar una herramienta útil para estudiar el comportamiento del propulsor.

## 1.3. Propulsores eléctricos

Los propulsores eléctricos se caracterizan por acelerar y eyectar el propelente mediante un campo electromagnético. Esto les permite tener una mayor eficiencia energética a otras tecnologías de propulsión, ya que se utiliza la mayor parte de la energía para generar el empuje y no se pierde en forma de calor como sucede en los propulsores químicos [4]. Sin embargo, este tipo de propulsores presenta un empuje órdenes de magnitud menor a los propulsores químicos, debido a la potencia eléctrica disponible en las naves espaciales y en satélites. Debido a esta diferencia de empuje, los propulsores eléctricos son los candidatos ideales para realizar pequeños ajustes de órbita o para realizar transferencias orbitales pero a expensas de un mayor tiempo de transferencia debido a su bajo empuje [4].

La ecuación (1.1) es la ecuación clásica de un cohete, esta describe describe el cambio de velocidad  $\Delta v$  generado en un cohete de masa  $m_d$  como producto de una liberación de masa de propelente  $m_p$  a una velocidad de escape determinada  $v_{ex}$  [4]. En un propulsor químico, el  $v_{ex}$  es generado a partir de la liberación de energía por la reacción exotérmica de combustión del propelente con un oxidante. Esto establece un límite máximo de  $v_{ex}$ para estos propulsores, con valores de 3 – 4 km/s para los propelentes más eficientes [1]. Esto conlleva a que si se desea un  $\Delta v$  grande en el cohete haga falta liberar grandes cantidades de masa de propelente [4]. Como ejemplo, en los satélites ARSAT la masa total era de 3000 kg, mientras que el satélite sin el propelente químico tenía una masa de 1300 kg.

Por otro lado, en los propulsores eléctricos no hay ninguna limitación física para la velocidad que podría alcanzar el propelente eyectado. Para el caso de un propulsor de efecto Hall, la velocidad  $v_{ex}$  es de aproximadamente 16 km/s. Esto permite que el cohete pueda obtener el mismo  $\Delta v$  que un propulsor químico usando aproximadamente 5 veces menos combustible. Gracias a esta característica, los propulsores de efecto Hall permiten ahorrar dinero y peso en un lanzamiento, aumentar la carga útil o incluso usarse para misiones de espacio profundo [5].

Parámetro	Valor
Potencia	$1350\mathrm{W}$
Empuje	$83\mathrm{mN}$
Voltaje de descarga	$300\mathrm{V}$
Impulso específico	$1600\mathrm{s}$
Eficiencia total	45%
Vida útil	>9000 h
Masa	$3.5\mathrm{kg}$
Dimensiones	225x150x125 mm

Tabla 1.1: Especificaciones principales de un SPT-100 [3].

$$\Delta v = v_{ex} \log\left(\frac{m_d + m_p}{m_d}\right) \tag{1.1}$$

Entre los tipos de propulsores eléctricos más conocidos se encuentran el Resistojet, el Arcjet, el propulsor iónico y el propulsor de efecto Hall [1], siendo este último el tema principal del trabajo de estudio iniciado durante la tesis de Jorge Perez [4] y continuado durante mi trabajo de Licenciatura [6] y el presente trabajo.

## 1.4. Funcionamiento de un HET

En este trabajo se estudiará el propulsor eléctrico SPT, debido al interés por parte de la empresa INVAP en utilizarlo para los satélites geoestacionarios.

El propulsor de plasma estacionario (SPT) más estudiado y utilizado en satélites ha sido el SPT-100. Esto genera confianza en su desempeño y permite que se cuente con una vasta cantidad de información experimental al respecto [2]. En la figura 1.1 se muestra un SPT-100 junto con su esquema básico, mientras que la tabla 1.1 muestra sus datos nominales.

Tal como se muestra en la figura 1.1b, en la parte exterior del SPT se encuentra un cátodo que libera electrones y está a un potencial negativo. A su vez el ánodo, que se encuentra en la base del canal de aceleración, mantiene un potencial positivo, lo que establece un campo eléctrico que atrae a los electrones externos. Dentro del canal de aceleración, los electrones sienten el efecto de un campo magnético predominantemente radial de aproximadamente 200 G que los confina parcialmente, restringiendo su movimiento en el eje axial. La presencia de este campo magnético radial y del campo eléctrico aproximadamente axial produce un movimiento en los electrones caracterizado por: 1. Localmente, un movimiento circular producido por el campo magnético,



(a) Imagen de un SPT-100[7]. El diámetro exterior del canal de aceleración es de 100 mm, de donde viene su nombre.



(b) Esquema básico de un SPT [8]. La imagen muestra un corte axial del propulsor.

Figura 1.1: Estructura interna y externa de un SPT-100.

descrito por la velocidad azimutal indicada en la ecuación (1.2). Esta es la denominada *corriente Hall* de la cual se deriva el nombre de este tipo de propulsor [4].

$$V_{\theta} = c \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\vec{B}^2} \tag{1.2}$$

Por otro lado, el propelente del propulsor, el cual generalmente es un gas inerte y en el caso del SPT-100 es xenón, ingresa al canal de aceleración a través del ánodo. El gas difunde en el canal y se ioniza a través de colisiones con los electrones que se encuentran atrapados en la corriente Hall. Luego, estos iones son acelerados gracias al campo eléctrico axial pero no se ven afectados por el campo magnético radial debido a que su radio de Larmor es mayor a las longitudes características del propulsor. Dicho campo eléctrico es producto tanto de la diferencia de potencial entre el cátodo y el ánodo como de la distribución de carga eléctrica, la cual depende de los electrones confinados en el canal de aceleración.

De manera aproximada se pueden distinguir tres regiones dentro del canal de aceleración [9]:

- Región cercana al ánodo (A): En esta zona se encuentran predominantemente átomos neutros de xenón y electrones difundiendo al ánodo, estos electrones los que logran escapar de la corriente Hall mediante colisiones con el resto de las especies. En esta zona la poca cantidad de electrones hace que no sea muy alta la producción de iones.
- Región de ionización (I): En esta zona se ioniza la mayoría de los átomos de Xe y se encuentra la mayor cantidad de electrones confinados en la corriente Hall. Esta región suele ser del tamaño de unos 4 – 5 mm en un SPT-100 [9] y se encuentra en la zona del canal donde el campo magnético es máximo. El comportamiento de los iones y electrones en esta parte del propulsor suele aproximarse al de un plasma cuasineutro.
- Región de aceleración (U): Es la región que se encuentra entre la zona de ionización y la salida del canal. En esta región se encuentran electrones viajando hacia la zona de ionización e iones acelerados que están por salir del propulsor.
  [4]

Es importante aclarar que estas zonas no están perfectamente separadas en un típico HET, sino que están solapadas entre si. Sin embargo, macroscópicamente es posible distinguir el comportamiento físico del sistema que caracteriza cada región [4].

Los electrones emitidos por el cátodo alimentan la corriente Hall pero también per-

miten recombinar el haz de iones saliente con el objetivo de mantener el balance de carga del satélite. Por otro lado parte de los electrones de la corriente Hall escapan del confinamiento axial debido a diversos mecanismos que les permiten difundir en la dirección perpendicular al campo magnético y llegar al ánodo. Esos electrones son emitidos nuevamente por el cátodo.

Los electrones que llegan al ánodo provienen de dos fuentes: en primer lugar electrones secundarios producidos en las ionizaciones de los átomos de Xe, y la segunda es la de los electrones que escapan del confinamiento producido por el campo magnético [4]. En cuanto a la primera fuente de electrones, se justifica que la mayor parte de los electrones producidos en la ionización regresa al ánodo con dos argumentos: **1**. En esta parte del canal el campo magnético es mucho más débil, lo que hace que el radio de Larmor de los electrones sea mucho más grande que el de los electrones en la corriente Hall; **2**. La proporción de la sección eficaz de choque elástico entre neutros y electrones, con respecto a la sección eficaz de ionización, es de aproximadamente 10 en esta zona [9] [4].

## 1.5. Análisis de corrientes

Dado que un satélite no está conectado a tierra como un circuito normal, es importante que se mantenga el balance de carga en el mismo. Para ello, se realizará un análisis de las corrientes involucradas en el funcionamiento de un HET, con el objetivo de entender su dinámica y fenómenos a tener en cuenta para su correcto modelado.



Figura 1.2: Diagrama de las corrientes eléctricas principales en el SPT [1].

En la figura 1.2 se muestra un esquema simplificado del SPT y de su circuito adyacente, junto con las corrientes eléctricas principales que aparecen en el sistema [1]. Como se



**Figura 1.3:** Gráfica del comportamiento de la corriente de descarga  $(J_d, [A])$  en función del voltaje de descarga  $(U_d, [V])$ . Esto, para  $\dot{m} = 1, 2 \text{ y } 3 \text{ mg/s}$ . La gráfica señalada como 2a está hecha con  $\dot{m} = 2 \text{ mg/s}$  pero para un valor de campo magnético distinto al óptimo.

puede observar, los electrones emitidos por el cátodo (corriente  $I_e$ ) se utilizan para alimentar la corriente Hall y para recombinar ( $I_{eb}$ ) el haz de iones saliente del propulsor ( $I_{ib}$ ). Por otro lado, en la cámara de aceleración se generan electrones secundarios producto de las ionizaciones y de colisiones inelásticas con las paredes del propulsor. La corriente de iones que llega al ánodo suele ser despreciable [1]. Podemos plantear que  $I_{ea} = I_{ec} + I_{ei}$ , donde  $I_{ec}$  representa los electrones que escapan de la corriente Hall e  $I_{ei}$  es la contribución de los electrones producidos por la ionización de los átomos de xenón [4].

En el cátodo se mantiene la relación:  $I_d = I_{eb} + I_{ec} + I_{ic}$ ,  $I_{ic}$  son los iones que entran al cátodo e  $I_{ec}$  son los electrones que entran al canal. Para poder plantear esta ecuación, es necesario realizar la suposición de que la corriente de electrones que entra al canal es la misma que logra escaparse de la corriente Hall y entra al ánodo. Esta situación realmente ocurre cuando el funcionamiento del propulsor entra en estado estacionario [4]. Por último, así como en el caso del ánodo, la cantidad de iones que ingresan al cátodo es despreciable, y si el SPT funcionara de manera perfecta esta cantidad sería nula. Con esto en cuenta, la ecuación queda  $I_d = I_{eb} + I_{ec}$  [1].

Finalmente, en la figura 1.2 también se muestra la corriente de iones que escapa del HET  $(I_{ib})$ . Por un lado, partiendo de que el haz eyectado se neutraliza, tenemos que  $I_{ib} \approx I_{eb}$ . Por otro lado, si suponemos que la ionización ocurrida en el canal de aceleración es ionización simple, se debe cumplir que  $I_{ib} \approx I_{ei} \approx I_{eb}$  [4].

En un primer análisis, aumentar  $V_d$  hace que los electrones que quedan atrapados en la corriente Hall sean más energéticos, lo que aumenta la probabilidad de colisión con los átomos neutros de xenón, y consecuentemente, la cantidad de iones producidos. Este proceso se ve marcado en la figura 1.3 en la parte de aumento de  $I_d$  con  $V_d$ . Este comportamiento se mantiene hasta el punto donde prácticamente todas las partículas neutras son ionizadas, lo que supone un máximo, para un  $\dot{m}$  determinado, en la cantidad de  $I_b$  producido en el propulsor; tal como se espera, este valor máximo de corriente aumenta con  $\dot{m}$ . Este efecto se ve representado en la imagen como una línea a  $I_d$ constante [9]. En las líneas 2 y 3 se observa que hay una disminución de  $I_d$  y luego una línea a  $I_d$  constante menor al  $I_d$  máximo posible. La explicación a este comportamiento no se ha podido encontrar en la bibliografía [4].

El estudio de la gráfica lleva a la conclusión de que si el SPT funciona en un régimen óptimo, prácticamente todos los átomos de xenón inyectados son utilizados como iones posteriormente. De hecho, la proporción  $\eta_m = \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}}$ , conocida como *eficiencia de utilización másica*, tiene valores entre 95 % y 98 % para un SPT-100 [9] [4].

# 1.6. Algunos tópicos de los propulsores de efecto Hall

En esta sección del trabajo se hará una introducción a ciertos detalles de diseño y a algunos fenómenos físicos presentes que hacen que el análisis de un propulsor sea bastante complejo y requiera de simulación numérica e investigación experimental y teórica. Como se mencionó previamente, este trabajo consiste en la continuación del trabajo de maestría de Jorge Perez [4] por lo que se recomienda, para mas información un análisis de su marco teórico sobre el cual se partió en este trabajo.

#### 1.6.1. Campo magnético

En un propulsor de efecto Hall el campo magnético se encarga de restringir el avance de los electrones hacia el ánodo y por lo tanto de maximizar la oportunidad de que estos sean utilizados para ionizar el propelente. Un aspecto que salta a la vista es que para un determinado potencial eléctrico y una determinada geometría del propulsor, el campo magnético tiene que ser lo suficientemente fuerte para generar la corriente Hall y al mismo tiempo lo suficientemente débil para no afectar en gran medida la dinámica de los iones que son expulsados del canal. Esto se representa con las condiciones mostradas a continuación:

$$\rho_e \ll L \ll \rho_i \tag{1.3}$$

$$\Omega_i \ll 1 \ll \Omega_e \tag{1.4}$$

En el caso de la condición (1.3),  $\rho_{\alpha} = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha,\perp}}{|q_{\alpha}|B}$  es el radio de Larmor de la especie  $\alpha = i, e$ con carga q, masa  $m_{\alpha}$  y velocidad perpendicular al campo magnético B de valor  $v_{\perp}$ . L se suele tomar como la longitud del canal [9], el tamaño característico del campo magnético [1] o el ancho de la zona de aceleración [5], manteniéndose en todo caso en un rango entre medio centímetro a 2-3 cm. En los SPTs se suelen mantener las relaciones  $\frac{L}{\rho_e} \approx 20 - 30$  y  $\frac{\rho_i}{L} \approx 100$  [9] [4].

En (1.4),  $\Omega_{\alpha} = \frac{\omega_{\alpha}}{\nu_{\alpha}}$  es el parámetro de Hall de la especie  $\alpha$ ,  $\nu_{\alpha}$  es la frecuencia de colisión total de la especie y  $\omega$  es la frecuencia de Larmor, definida como  $\omega_{\alpha} = \frac{|q_{\alpha}|B}{m_{\alpha}}$ .

Al tener en cuenta la dinámica de los electrones en presencia del campo magnético, vemos que su movimiento es restringido en el sentido perpendicular a las líneas de campo, mientras que no se impone ninguna restricción para su movimiento en la dirección paralela. Esto permite controlar la distribución de los electrones en la zona de ionización a través de la forma de las líneas de campo, lo cual se mostrará en el siguiente desarrollo.

Como mostró Jorge en su maestría [4], si se modela el plasma dentro del canal de aceleración como un sistema de dos fluidos, uno de iones y otro de electrones, se puede describir al plasma entero a través de las ecuaciones (1.5),(1.6), (1.7) y las ecuaciones de Maxwell. En estas ecuaciones,  $\frac{D}{Dt}$  indica la derivada material,  $\dot{n}_{\alpha}$  la producción de la especie  $\alpha$  en ese punto,  $\bar{P}$  el tensor de presiones,  $\vec{R}_{\alpha}$  la transferencia de momento a la especie  $\alpha$  como producto de choques con partículas de distinta especie,  $\bar{a} : \bar{b}$  el producto  $a_{ij}b_{ij}$ ,  $\vec{h}$  la densidad de flujo de calor y  $Q_{\alpha}$  el calor generado por colisiones de la especie  $\alpha$  con partículas de distinta especie. Vale la pena mencionar que las ecuaciones (1.5),(1.6) y (1.7) están escritas en sistema gaussiano.

$$\frac{Dn_{\alpha}}{Dt} + n_{\alpha}\nabla \cdot \vec{v_{\alpha}} = \dot{n}_{\alpha} \tag{1.5}$$

$$m_{\alpha}n_{\alpha}\frac{D\vec{v_{\alpha}}}{Dt} - q_{\alpha}n_{\alpha}\left(\vec{E} + \frac{\vec{v_{\alpha}} \times \vec{B}}{c}\right) + \nabla \cdot \bar{\vec{P}_{\alpha}} = \vec{R_{\alpha}}$$
(1.6)

$$\frac{\partial \left(\frac{3}{2}n_{\alpha}kT_{\alpha}\right)}{\partial t} + \bar{P}_{\alpha} : \nabla \vec{v}_{\alpha} + \nabla \cdot \left(\frac{3}{2}\vec{v}_{\alpha}n_{\alpha}kT_{\alpha} + \vec{h}_{\alpha}\right) = Q_{\alpha}$$
(1.7)

La ecuación (1.5) se conoce como ecuación de continuidad, la ecuación (1.6) como ecuación de momento y la ecuación (1.7) como ecuación de energía.

A partir del desarrollo mostrado en [4] es posible ver que se cumple la relación 1.8.

$$\nabla\left(\phi + \frac{1}{e}\int\frac{dp_e}{n_e}\right) = \frac{1}{c}(\vec{v_e}\times\vec{B}) \tag{1.8}$$



Figura 1.4: Lineas de campo magnético del SPT-100B (izquierda) y SPT-100M (derecha) [2].

Donde  $\phi$  es el potencial eléctrico. Esta ecuación le permitió llegar a una conclusión importante a Jorge: El término dentro de paréntesis es constante a lo largo de las líneas de campo magnético. Esto, sumado con el hecho de que el término dentro de la integral suele ser chico [10], conlleva a que las variaciones de potencial eléctrico a lo largo de las líneas de campo magnético sean muy pequeñas comparadas con los cambios en el sentido perpendicular [4].

Debido a este resultado, en la construcción de un SPT se busca que las líneas de campo magnético sean convexas hacia el ánodo. Esto hace que las líneas de flujo de los iones se enfoquen hacia el eje del propulsor y así no golpeen las paredes del canal en la zona de aceleración [9]. Este tipo de topografía del campo magnético es comúnmente llamado *lente de plasma* [5] [4].

En la figura 1.4 se muestran las líneas de campo magnético para los dos tipos de SPT-100 en el mercado: el SPT-100B (izquierda) y el SPT-100M (derecha) [2]. En ambos se muestra cómo las líneas de campo son convexas hacia el ánodo, de acuerdo con la condición de A. I. Morozov.

Algo final para recalcar respecto al campo magnético es que tal como se aclaró anteriormente, en un plasma magnetizado cualquiera, la dinámica de los electrones es bastante diferente al analizar su movimiento en el sentido perpendicular y en el sentido paralelo al campo magnético [11]. Esto lleva a que al estudiar a los electrones aparezcan conjuntos distintos de ecuaciones para cada dirección de movimiento, lo que a su vez repercute en la manera en la que se decide modelar numéricamente al plasma. Durante el trabajo de Jorge [4] se modeló al plasma separando la dinámica en estas direcciones. Sin embargo, a partir de sus resultados se observó que para poder simular de forma correcta la dinámica del transitorio, es importante no separar la dinámica de los electrones según la dirección del movimiento y hacer un modelado robusto que evite realizar aproximaciones fuertes.

Dado que en este trabajo se busca simular y obtener resultados con respecto al trans-

porte de electrones en la dirección perpendicular al campo magnético, con el objetivo de caracterizar la corriente de arranque, es importante tener en cuenta los fenómenos asociados. Estos fenómenos son la formación de láminas, la conducción cercana a las paredes, la emisión de electrones secundarios y en último lugar las oscilaciones del plasma [4].

#### 1.6.2. Paredes dieléctricas y bombardeo de iones

En el SPT-100 se utiliza un material aislante para las paredes internas del mismo, en particular, nitruro de boro (BN) puro o una mezcla de este con dióxido de silicio (SiO<sub>2</sub>), lo cual se conoce como Borosil. Se busca que estos materiales sean mecánicamente fuertes, resistentes a erosión y altas temperaturas (la temperatura máxima de los electrones dentro de un SPT-100 es  $25 \text{ eV} \approx 2.90 \times 10^5 \text{ K}$ ). Si bien se han probado otros compuestos que erosionan menos ante el bombardeo de xenón, como alumina o carburo de silicio, hasta ahora todos estos compuestos han mostrado características en cuanto a la emisión secundaria de electrones que hacen que la eficiencia del propulsor sea menor [5] [4].

#### 1.6.3. Láminas (sheaths)

La formación de las láminas en un HET es producida por el bombardeo de electrones e iones en las paredes internas del propulsor. Este proceso afecta de manera directa en la emisión secundaria de electrones y la conducción cercana a las paredes, temas que se tratarán a continuación. Las colisiones de las partículas cargadas con las paredes diélectricas producen la formación de un potencial negativo con respecto al plasma cuasi-neutro [9] [4].

#### 1.6.4. Emisión de electrones.

Se le conoce como *emisión de electrones* a la emisión de electrones de una pared luego de que algún electrón impactara en ella. Los electrones emitidos pueden ser de dos tipos: puede ser el mismo electrón que choca contra la pared y rebota elásticamente, o puede ser un electrón diferente emitido como resultado de un proceso de scattering inelástico entre el electrón incidente y la estructura cristalina del material de las paredes del propulsor. En el caso de los dieléctricos hechos a base de boro, como en el caso del SPT-100, alrededor del 70 % de los electrones emitidos son del primer tipo [4].

La distribución de velocidades y direcciones en las que son emitidos los electrones se ve afectada por la presencia del campo eléctrico axial y el campo eléctrico de las láminas, lo cual lleva a la creación del fenómeno conocido como *conducción cercana a las paredes* [8].

#### 1.6.5. Conducción cercana a las paredes (NWC)

Se conoce como *conducción cercana a las paredes* (NWC, por sus siglas en inglés) al incremento en la conducción de los electrones hacia el ánodo como producto de la interacción que tienen los electrones emitidos en las cercanías de las paredes con el campo eléctrico axial, el campo eléctrico de las láminas y el campo magnético [4].

#### 1.6.6. Oscilaciones del plasma

El rendimiento de los propulsores de efecto Hall también se ve afectado por oscilaciones presentes en el plasma dentro del canal de aceleración. El estudio de estas oscilaciones es de gran importancia ya que produce variaciones en el campo eléctrico axial (E), en el campo magnético y en la densidad de partículas del plasma, lo que termina impactando la eficiencia total del dispositivo . No obstante, estas oscilaciones pueden ser atenuadas con variaciones en los valores de  $I_d$  y  $V_d$ , por lo cual tener información sobre estas oscilaciones permite programar la PPU (Unidad de procesamiento de potencia, en inglés) del propulsor para disminuir estos efectos [4].

En un SPT se observan oscilaciones en el rango 1 kHz-60 MHz [12] [4]. Es importante destacar que estas oscilaciones afectan al transporte de electrones, principalmente las oscilaciones azimutales. Sin embargo se cree que este efecto no es el predominante en el transporte de electrones.

Actualmente se cree que los fenómenos que más impactan el transporte de electrones hacia el ánodo son la conducción cercana a las paredes, la colisiones Coulombianas entre las partículas cargadas y por último las oscilaciones azimutales del plasma [8], por lo que estos fenómenos han sido objeto de estudio extensivo a través de simulaciones numéricas en los últimos años.

# Capítulo 2

# Simulación de un propulsor de efecto Hall

"Basic research is what I'm doing when I don't know what I am doing.."

— Wernher von Braun, Chief of design Saturn V.

En este capítulo se describirán algunas características de los distintos tipos de simulaciones de un HET y el utilizado en el presente trabajo como continuación del trabajo de grado y del trabajo de Jorge Perez [4].

La gran mayoría de las simulaciones parten de una descripción cinética de las partículas involucradas en el propulsor o del modelado de estas como fluidos (ecs. (1.5)-(1.7)). La descripción cinética de las partículas individuales es muy costosa computacionalmente [13], pero permite reproducir cada uno de los fenómenos involucrados con las ecuaciones desarrolladas teóricamente. Por otro lado, las ecuaciones de fluidos, al ser macroscópicas, tienen un menor costo computacional a expensas de simplificar muchos aspectos cinéticos [13] perdiendo parte de la física del problema. Si se utilizan las ecuaciones de fluidos cada uno de los fenómenos involucrados (NWC, láminas, ionización, difusión, etc.) necesita llevarse a una descripción matemática macroscópica acorde al modelo usado para la simulación, usualmente tomando algunas aproximaciones o proponiendo formas funcionales con parámetros libres. Un ejemplo de esto es el uso extensivo que se ha hecho en las simulaciones del potencial termalizado o de la difusión de Bohm [1], así como también de modelos empíricos para fenómenos de transporte [14]. Un problema de este esquema de fluidos es que cada propulsor requiere de parámetros diferentes para ajustar los resultados numéricos a los experimentales. Esto deja en claro la gran limitación de las simulaciones que utilizan modelos de fluidos por no representar en forma precisa la dinámica de cada especie. Por otro lado, para simular fenómenos transitorios

no suelen utilizarse debido a las limitaciones mencionadas [4].

En un propulsor de efecto Hall hay una gran diferencia que hay entre la dinámica de los electrones y la de los átomos e iones de xenón. Debido a que la masa de un electrón es aproximadamente  $10^5$  veces menor que la del xenón, los tiempos típicos de la dinámica de los electrones son mucho menores, lo que dificulta establecer un paso de tiempo estándar en la simulación. Este percance ha llevado a que en la mayoría de las simulaciones se establezca una subrutina de  $N = 10^2 - 10^5$  iteraciones sobre las ecuaciones de los electrones por cada paso de tiempo en las ecuaciones de las partículas más pesadas [15]. Otra manera utilizada para solucionar el problema ha sido plantear directamente la ecuación de momento de los electrones (1.7 con  $\alpha = e$ ) en el caso estacionario, y sólo dejar como variante en el tiempo la ecuación de energía de los electrones (1.6 con  $\alpha = e$ ) [10].

Para resumir, a continuación se mencionan algunos de los enfoques encontrados en la literatura y estudiados en parte durante la maestría de Jorge P. [4] en referencia a las ecuaciones fundamentales escogidas para describir la dinámica de las partículas [4].

- 1. Simulación de los electrones, iones y átomos neutros a través de la ecuación de Boltzmann [13].
- 2. Simulación de los electrones como un fluido y descripción de los iones a través de la ecuación de Vlasov [1].
- 3. Simulación de electrones, iones y átomos neutros a través del modelo de fluido. Para este enfoque se utilizan las ecuaciones de continuidad de las tres especies, las ecuaciones de momento de iones y electrones y la ecuación de energía de los electrones [15], [16].
- 4. Simulación de las tres especies a través de la técnica PIC (*Particle-In-Cell*). Este método numérico permite hacer una descripción de la dinámica con ecuaciones de partículas individuales. Este tipo de códigos utilizan métodos de Monte Carlo (MC) para evaluar la probabilidad de colisión, ionización y recombinación [17].
- 5. Simulación híbrida entre PIC/MC y modelo de fluido. En este tipo de enfoque se simulan los átomos neutros y los iones a través de PIC junto con las ecuaciones de conservación de momento y masa, mientras que los electrones se modelan con las ecuaciones (1.5), (1.6) y (1.7) para  $\alpha = e$ .

El enfoque que más ganó popularidad en los últimos años es el cuarto, gracias al desarrollo de las GPU (del inglés Graphic Processing Units) que permitieron aumentar considerablemente la capacidad de cómputo con respecto a las CPU. Sin embargo, una forma mas simplificada de modelar un propulsor de efecto Hall, a expensas de simplificar bastante la física del problema, consiste en el quinto enfoque.

El trabajo de grado [6] y el de maestría de Jorge P. [4] consistió, en seguir los lineamientos del código HPHall desarrollado por Martinez-Sanchez y Fife en el año 1995 [1], [10], el cual sigue la estrategia híbrida entre PIC/MC y modelo de fluido. El código desarrollado durante la tesis de grado permitió realizar un estudio preliminar sobre el modelado de un HET y obtener conclusiones importantes para el desarrollo de un código full PIC realizado durante la maestría.

En el presente trabajo se implementó el método full PIC, aprovechando el avance en cuanto a la capacidad de cómputo de las placas de videos en los últimos años.

## 2.1. Discretización de las ecuaciones

Debido a la relativa facilidad de su implementación y a que se cuenta con bibliografía al respecto, para este trabajo se utilizó la implementación de un código full PIC con el método de Monte Carlo para evaluar las colisiones entre partículas.

#### 2.1.1. Particle-In-Cell

Para todas las especies involucradas (electrones, iones y átomos neutros) se utilizó el método de Particle-In-Cell (PIC). El método PIC toma un enfoque distinto al intentar resolver el problema de no poder modelar la cantidad de partículas habituales en el plasma. En vez de conglomerar a las partículas y tratarlas como un fluido, este método agrupa las partículas en "superpartículas" o "macropartículas". Estas superpartículas se comportan como partículas individuales y de alguna manera "representan" el movimiento promedio de todas las partículas que la componen. Así, para cada superpartícula se calcula su avance en el tiempo a través de su ecuación de movimiento, mientras que el fenómeno de las colisiones es incluido utilizando una técnica de Monte Carlo para estimar la probabilidad de choque en cada instante de tiempo [10] [4].

Posteriormente, las cantidades tales como densidades o corrientes son calculadas solamente en los nodos de una grilla. Esto se realiza a través de "funciones peso" que computan las cantidades buscadas en los nodos como promedios pesados que tienen en cuenta la influencia de las partículas cercanas al nodo espacialmente. Luego, teniendo estas cantidades "macroscópicas" calculadas, se evalúan las ecuaciones de campos electromagnéticos en los puntos de la grilla, y en el caso de los métodos híbridos, también las ecuaciones de fluidos. Por último, se usa un esquema inverso al de las funciones peso para computar los valores de los campos en las posiciones de las partículas, y con esto, se hace el avance temporal mencionado al principio [10] [4]. En el caso del código HPHall, se usa Leap-Frog como método numérico para el avance temporal de las partículas, con un  $\Delta t$  de valor  $5 \times 10^{-8}$  s [10]. Sin embargo dicho código solo simula como macro partículas a los iones y neutros. Para el caso de los electrones, utiliza ecuaciones de fluidos. En caso de simular a los electrones como partículas, dado que su masa es varios órdenes de magnitud inferior a la de los iones, presentan un radio de larmor menor y por ende requieren de un método numérico específico para integrar su ecuación de movimiento. Es por ello que para los electrones se utiliza el método de Boris, estándar en simulaciones de física de plasmas [4].

Algo importante a mencionar respecto a todos los códigos encontrados en la literatura es que estos son 1-D o 2-D [1]. Gracias a que la mayoría de los HETs tienen simetría cilíndrica, los efectos que ocurren dentro del canal de aceleración suelen tener simetría azimutal, por lo que las simulaciones sólo tienen en cuenta las coordenadas axial y radial. Sin embargo es importante destacar que existen fenómenos que rompen con esa simetría pero pueden despreciarse según el fenómeno de interés a simular. Para los códigos 1-D se suelen incluir términos en las ecuaciones ((1.5)-(1.7)) que buscan representar el efecto de los fenómenos que son intrínsecamente bidimensionales, tales como el choque entre partículas o el choque contra las paredes del canal de aceleración [15]. Con esto se suprime la coordenada radial y sólo se simula la coordenada axial. Sin embargo, es importante destacar que existen ciertos fenómenos que afectan al transporte eléctrico y no están considerados en la simplificación de simetría azimutal, como lo son las ondas azimutales presentes en propulsores HET. De todas maneras, en este trabajo no se tuvieron en cuenta por el costo computacional y porque las mayorías de las simulaciones del régimen transitorio se realizan en el plano r-z del propulsor [4].

## 2.2. Método implementado

El método implementado en este trabajo, consiste en las siguientes características:

- 1. El espacio de discretización será el canal de aceleración y una porción del espacio afuera del canal, extendiendo la misma hasta la zona en la que se encuentra el cañón de electrones. Se tomará el dominio bidimensional sobre los ejes coordenados  $\{z, r\}$  asumiendo simetría azimutal.
- 2. Los átomos neutros, los iones y los electrones serán simulados con el método PIC en un dominio bidimensional que cubre el eje axial y el radial. El avance de las partículas se realizará con el método Leap-frog para el caso de los iones y los neutros y mediante el método de Boris para los electrones.
- 3. Tal como se mencionó anteriormente, la dinámica de los electrones tiene tiempos característicos mucho menores a la de los iones y neutros, lo que conlleva a hacer

una subrutina propia para los electrones mientras se mantiene el tiempo constante para el resto de las especies. En el programa se tomará el enfoque presentado por [18].

En el siguiente capítulo se hará un análisis más extenso del modelo del sistema.

# Capítulo 3

# Modelo del sistema

" The exploration of space will go ahead, whether we join in or not, and it is one of the great adventures of all time, and no nation which expects to be the leader of other nations can expect to stay behind in this race for space."

— John F. Kennedy, 35th president of the United States.

En el presente capítulo se describirá el modelo utilizado para el presente trabajo.

### 3.1. Iones

Como se mencionó en la sección 2.2 los iones serán modelados a través de superpartículas, por lo que las ecuaciones son las mismas que corresponderían a partículas individuales. En este sentido, los fenómenos que afectarían el movimiento de los iones son los siguientes:

1. Campo eléctrico: La contribución es calculada a través de la ecuación (3.1), con e la carga elemental y  $\vec{E}$  el campo eléctrico.

$$\vec{F}_i = e\vec{E} \tag{3.1}$$

2. Campo magnético: Tal como se mencionó en la sección 1.6, el campo magnético de un HET es escogido de tal manera que su influencia sobre los iones puede considerarse despreciable. Debido a esto, no se tendrá en cuenta esta contribución en la dinámica de los iones. Para justificar esta decisión, podemos comparar el radio de Larmor típico de un ión frente a la longitud característica del canal de aceleración. Para un campo magnético de 200 G y una velocidad de salida de 16000 m/s, el radio de Larmor de un ión de Xe es de aproximadamente 100 cm, mientras que, la longitud del canal de aceleración esde 2, 5 cm. Es decir,  $\rho_i >> L_{canal}$  quedando justificada la decisión de despreciar los efectos magnéticos sobre los iones.

- 3. Colisiones ión-ión y neutro-ión: La sección eficaz del Xenón para la colisión ión-neutro es de  $2.15 \times 10^{-18} \,\mathrm{m}^{-2}$  [10]; para una densidad de iones del orden de  $10^{18} \,\mathrm{m}^{-3}$  y una densidad de neutros del orden de  $10^{19} \,\mathrm{m}^{-3}$ , valores típicos para un propulsor de efecto Hall, el camino medio obtenido es del orden de los centímetros. Considerando esto y que los choques entre iones son menos frecuentes que las colisiones ión-neutro (debido a la menor densidad de los iones), se desprecian el efecto de las colisiones entre iones en el simulador.
- 4. Colisiones ión-electrón: La colisión entre un ión y un electrón puede dar como resultado un proceso de scattering elástico o una recombinación, es decir, a que el ión se neutralice. A gran escala, el efecto de la recombinación en un propulsor de efecto Hall es pequeño y por lo tanto puede despreciarse [10] en el dominio simulado. Sin embargo para simular el comportamiento del plasma en regiones lejanas al propulsor el efecto de recombinación debe tenerse en cuenta. En el presente trabajo solo se tienen en cuenta las colisiones ión-electrón mediante el método de Monte Carlo.
- 5. **Paredes:** Al chocar contra las paredes los iones arrancan electrones y se convierten en átomos neutros. Por otro lado, si bien el choque se considerará elástico, el neutro saliente mantendrá sólo la magnitud de la velocidad. La dirección de la velocidad será aleatoria [19].

# 3.2. Neutros

En cuanto a los neutros, estos son afectados por las colisiones con otras partículas y con las paredes.

En cuanto a la colisión con otras partículas, ya se decidió no tener en cuenta las colisiones con los iones; sin embargo las colisiones neutro-neutro si se tienen en cuenta [9]. Por otro lado, las colisiones entre neutros y electrones pueden dar lugar a tres fenómenos: colisión elástica, colisión inelástica en la cual se excita al átomo neutro, ionización. Para los dos primeros casos, la diferencia de masa entre ambas especies hace que el neutro no se vea afectado por el choque. En esta simulación se tienen en cuenta las tres posibles colisiones entre electrones y neutros.

El choque entre neutros y las paredes, tal como en el caso de los iones, conservará la magnitud de la velocidad pero no su dirección, escogiéndose esta última de manera aleatoria.

#### **3.3.** Electrones

Como se mencionó en la sección 2.2 los electrones serán modelados a través de superpartículas, por lo que las ecuaciones son las mismas que corresponderían a partículas individuales. En este sentido, los fenómenos que afectarían el movimiento de los electrones son los siguientes:

1. Campo eléctrico: La contribución es calculada a través de la ecuación (3.2), con e la carga elemental y  $\vec{E}$  el campo eléctrico.

$$\vec{F}_i = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \tag{3.2}$$

- 2. Campo magnético: A diferencia del caso con los iones, dada la masa del electrón, el campo magnético si es importante para su dinámica. Por este motivo si se tiene en cuenta su efecto y además se escogerá un método numérico distinto para integrar la ecuación 3.2 (Método de Boris).
- 3. Colisiones Coulombianas electrón-ión y electrón-electrón: Como se mencionó previamente las colisiones electrón-ión son incluidas en este modelo. Es posible modelar dichas colisiones usando el método de Monte Carlo estándar, este modelo trata tanto estas colisiones como las colisiones electrón-electrón como eventos binarios con ángulos grandes de scattering. Sin embargo se sabe que las mayoría de las colisiones son de pequeños ángulos, además, los electrones colisionan al mismo tiempo con muchas otras partículas cargadas, lo que da origen al logaritmo de Coulomb. Para poder captar la relajación hasta el estado de equilibrio de la función de distribución de los electrones es mas apropiado modelar estas colisiones como un proceso difusivo en el espacio de velocidades. Para hacer esto, debería tenerse en cuenta la ecuación de Fokker-Planck. Sin embargo, como Szabo encontró en su tesis doctoral [18], ignorando el hecho de que las colisiones no son necesariamente binarias, la transferencia de momento entre las especies debería ser la misma que usando el método de Monte Carlo. Por este motivo se decidió implementar el método de Monte Carlo para este tipo de colisiones, dado que resolver la ecuación de Fokker-Planck tiene un costo computacional mayor.
- 4. **Paredes:** Al chocar contra las paredes dielétricas del propulsor los electrones pueden colisionar elásticamente manteniendo la misma energía pero con una di-

rección aleatoria o bien, tener una colisión inelástica y generar la emisión de un electrón secundario por parte de la pared. Para ello se tiene en cuenta el coeficiente de emisión de electrones secundarios  $\gamma$  del material dieléctrico utilizado en las paredes del SPT100 (Borosil). Dicho coeficiente mide la relación entre la cantidad de electrones secundarios emitidos y la cantidad de electrones primarios incidentes. Este coeficiente depende de la energía de los electrones incidentes y se consideró el modelo del propulsor simulado.

Es importante destacar que la dinámica de los macroelectrones es la misma que la de los electrones individuales. Esto se debe a que la aceleración debida a la fuerza de Lorentz contiene un término dado por el cociente entre la carga y la masa de la partícula. Este cociente es el mismo que el del electrón, sin importar el peso específico usado. Sin embargo, esto no significa que se pueda utilizar cualquier peso específico ya que, para valores muy grandes la densidad de carga deja de ser representativa y los resultados no reflejan la física involucrada.

## 3.3.1. Ánodo y cátodo

El cátodo es tenido en cuenta como una fuente constante de electrones, a una temperatura de 2eV, cuya ubicación coincide con el cañón de electrones.

En cuanto al ánodo, los electrones e iones que colisionan con el mismo, son eliminados y se computa el cálculo de corriente de ánodo.

La entrada de propelente por el ánodo en un SPT-100 ocurre por una serie de orificios circulares centrados radialmente y uniformemente distribuidos en el sentido azimutal. Esto se tendrá en cuenta en la simulación como que la entrada de neutros ocurre por un área determinada centrada a media altura del canal de aceleración. Para iones y neutros en el dominio, el ánodo actúa como una pared más, manteniendo la energía, reflejando a direcciones aleatorias y recombinando los iones.

## 3.4. Campo Eléctrico y campo Magnético

Dado que los propulsores de efecto Hall, el campo magnético  $\vec{B}$  inducido por el movimiento de partículas cargadas es despreciable frente al campo magnético generado por las bobinas, se toma  $\vec{B}$  constante y como un input del programa. Por este motivo, en las ecuaciones de Maxwell solo se tiene en cuenta el cálculo del potencial eléctrico mediante la solución de la ecuación de Poisson. Es decir, el modelo propuesto es full PIC, con colisiones mediante el método de Monte Carlo y electrostático.
## 3.5. Modelo implementado y diferencias respecto del modelo estacionario híbrido fluido PIC

Como se mencionó en la tesis de grado [6], en la simulación del régimen estacionario en diferentes modelos de propulsores de efecto Hall se utilizó como estrategia el modelado de los electrones mediante ecuaciones de fluidos 1D en la dirección perpendicular a las líneas de campo magnético y en la dirección paralela se consideró una distribución de velocidades Maxwelliana y en equilibrio. Mientras que para los iones y átomos neutros se utilizó el método PIC. Si bien esta estrategia es útil para la obtención de algunos parámetros globales del propulsor como el empuje, requiere de la utilización de modelos empíricos. Estos modelos son necesarios para incluir ciertos efectos físicos, entre ellos el transporte de electrones en la dirección perpendicular al campo magnético y que principalmente afecta a la corriente de descarga del propulsor. Otro de los fenómenos que deben ser incluidos en las ecuaciones de fluidos son las colisiones entre las partículas cargadas con las paredes del propulsor, en los que la frecuencia de dichas colisiones deben incluirse como parámetro externo al no ser simuladas físicamente [4].

Estos modelos empíricos que deben ser incluidos en las ecuaciones de fluidos tienen coeficientes ajustables que pueden variar de un propulsor a otro y en un mismo propulsor en distintas condiciones de operación. Por este motivo, para encontrar los valores de dichos coeficientes se necesita tener mediciones experimentales previas del propulsor a simular y realizar múltiples iteraciones necesarias hasta encontrar los valores que permitan reproducir los resultados experimentales. Esto presenta una gran desventaja ya que para poder obtener información detallada de otros fenómenos para un dado propulsor, es vital tener mediciones experimentales previas de múltiples variables para poder ajustar dichos coeficientes. Además, los modelos empíricos utilizados no permiten reproducir toda la física involucrada en el propulsor ya que algunos fenómenos no se entienden por completo en la actualidad.

Una manera de evitar esto es mediante la utilización de un método de simulación con menos aproximaciones y que permita reproducir resultados experimentales sin la necesidad de utilizar modelos empíricos con coeficientes ajustables. En este trabajo se indica una alternativa para simular un propulsor de efecto Hall utilizando un método con menos aproximaciones y sin la necesidad de ajustar coeficientes que permitan reproducir resultados experimentales. El método implementado es el método full-PIC mencionado previamente, es decir, el método Particle in Cell aplicado a todas las especies involucradas. De esta manera es posible realizar una simulación de dinámica de partículas con las ventajas del método PIC sin la necesidad de realizar aproximaciones sobre ningún tipo de ecuación de fluidos. La desventaja de utilizar este método es un incremento notable en el costo computacional, pero esto puede compensarse con la paralelización del código y ejecución del mismo en las tarjetas gráficas actuales que tienen un poder de cómputo ordenes de magnitud superior a una CPU.

## Capítulo 4

## Método numérico

"When something is important enough, you do it even if the odds are not in your favor."

— Elon Musk, Fundador de SpaceX, Tesla, The Boring company, Starlink, entre otras empresas.

### 4.1. Transitorio

Como se mencionó en la sección anterior, el método híbrido que se suele usar para simular el régimen estacionario contiene una serie de modelos empíricos para incluir fenómenos físicos relacionados con el transporte de electrones en la dirección perpendicular al campo magnético, además de considerar un plasma cuasineutro y una condición de equilibrio de los electrones en la dirección paralela al campo magnético. Debido a estas aproximaciones el potencial eléctrico se suele calcular solamente en la dirección perpendicular al campo magnético y esto dificulta la posibilidad de simular efectos transitorios como en el caso de la tesis de grado [6]. Sin embargo, es sumamente importante simular el proceso de ignición de un propulsor de efecto Hall, para probar diferentes protocolos de encendido y caracterizar tanto la amplitud como duración de la corriente de descarga inicial en función de los parámetros de control, entre ellos el caudal másico de Xe neutro, el voltaje del ánodo y el protocolo de encendido.

### 4.2. Geometría

Para poder simular el régimen transitorio es necesario tener en cuenta la geometría externa del propulsor y la posición del cañón de electrones cuya función es aportar la corriente necesaria para recombinar el haz de iones saliente y para alimentar la corriente Hall en la región de aceleración. Para lograr esto, se incluyó en el dominio de la simulación una porción externa al canal de aceleración, esto también tiene la ventaja de que la simulación podrá proveer de información detallada sobre la pluma saliente del propulsor, es decir la distribución de densidad de cada especie, campo de velocidades y temperatura. En la figura 4.1 se indica la región espacial donde se realiza la simulación, como se puede observar, además de contar con el canal de aceleración interno de la tobera, se agregó una región exterior desde la línea central del propulsor hasta un radio externo máximo y una distancia axial máxima. Estas distancias son parámetros de entrada del simulador y pueden ser escogidos según la necesidad del usuario.



Figura 4.1: Dominio espacial donde se realiza la simulación para un SPT-100.

Como se puede observar en la figura, la linea 1 corresponde al ánodo, las líneas 2 corresponden a las paredes internas y externas del propulsor, la línea 4 es el eje central y de simetría del propulsor correspondiente a la posición radial r = 0, las líneas 3 corresponden al límite con el espacio exterior y por último la línea 5 corresponde a la salida del cañón de electrones. Es importante notar que se mantuvo, para el simulador del transitorio, la geometría bidimensional en el plano (r,z) suponiendo simetría azimutal pero con la ventaja de que en la dinámica de los electrones se tiene en cuenta la componente azimutal de la velocidad con condiciones de contorno periódicas [18]. De esta manera se plantea un algoritmo 2D3V [20] que en la literatura permitió obtener importantes resultados físicos con respecto a los transitorios del propulsor.

#### Condiciones de contorno para las partículas

Para la geometría utilizada, las condiciones de contorno para las partículas consisten en procesos de scattering elástico de las macro partículas sobre las paredes del propulsor a excepción de colisiones de los electrones e iones con el ánodo, en las cuales se eliminan dichas macro partículas y se computa para el cálculo de la corriente del ánodo. Para el caso de una colisión ion-pared (2) se recombina dicho ión y se reintroduce una macro partícula neutra con velocidad aleatoria. Para el caso de una colisión electrón-pared(2), puede ocurrir de forma elástica o de forma inelástica con la posterior emisión de un electrón secundario, conservando la energía.

En la superficie correspondiente a la salida del cañón de electrones se emiten los mismos con una distribución de velocidades Maxwelliana correspondiente a una temperatura de 2 eV.

Las partículas que atraviesan la pared (4) se reintroducen al dominio en la misma posición pero con su velocidad reflejada, esto se debe a que el código asume simetría azimutal y la línea 4 representa el eje de simetría del propulsor.

Finalmente, las partículas que atraviesan las paredes (3) se eliminan y se calcula la corriente del haz saliente del propulsor, es decir, teniendo en cuenta la suma de las cargas salientes teniendo en cuenta los signos correspondientes. Además se suma la corriente del ánodo y utilizando la conservación de corriente planteada en el primer capítulo se calcula la corriente de electrones a inyectar en la siguiente iteración. Esto se debe a que, para asegurar la conservación de la carga en el dominio luego de un período de inyección de electrones a una corriente constante, el cañón de electrones emite la corriente necesaria para compensar cualquier desbalance de carga interno en el propulsor, además se demostró en trabajos previos que de esta manera se asegura la estabilidad del código [18].

### 4.3. Modelo implementado

Como se mencionó, en el simulador desarrollado se implementó el método PIC aplicado a todas las especies involucradas para determinar su evolución temporal. Dado que en un propulsor de efecto Hall el plasma se encuentra inmerso en un campo magnético externo del orden de los 100 (Gauss) el campo magnético generado por las propias partículas cargadas es despreciable. Por lo tanto, en vez de resolver las ecuaciones de Maxwell en forma completa, se realiza la aproximación de considerar el campo magnético constante en todo el dominio y de esta manera, el campo eléctrico queda determinado por la ecuación 4.1.

$$\vec{E} = -\nabla\phi(r, z) \tag{4.1}$$

Para obtener el potencial eléctrico y consecuentemente el campo eléctrico se resuelve la ecuación de Poisson 4.2 en todo el dominio y en cada iteración. Esto se hace luego de haber interpolado las densidades correspondientes a las especies cargadas y calculado la densidad de carga. Este método tiene la ventaja de que determina el potencial eléctrico sin ninguna aproximación con respecto a la dinámica de las partículas y puede determinar el mismo en ausencia de cuasineutralidad. Además, si se realiza una simulación durante el suficiente tiempo cualquier perturbación en la densidad de carga eléctrico  $\vec{E}(r, z)$ , el cual afecta la dinámica de las partículas para intentar compensar dichas perturbaciones. Por este motivo se espera que de esta manera, el algoritmo alcance naturalmente la condición de cuasineutralidad en el equilibrio sin la necesidad de imponerla numéricamente.

$$\nabla^2 \phi(r, z) = -\frac{\rho(r, z)}{\epsilon_0} \tag{4.2}$$

#### Potencial eléctrico

Como se mencionó anteriormente, el potencial eléctrico se obtiene en cada iteración resolviendo la ecuación de Poisson en forma consistente con la densidad de carga eléctrica. Para ello se discretiza la región a simular mediante una grilla rectangular uniforme de nodos con espaciamientos  $\Delta R$  y  $\Delta z$  en las direcciones r y z respectivamente.

Para llevar la ecuación de Poisson a un sistema lineal de ecuaciones se representa el potencial eléctrico en todo el dominio como un vector de dimensión N donde N es la cantidad total de nodos en el dominio. Para ello se ordenan los elementos de cada nodo en dicho vector por columnas en la dirección radial, es decir si denotamos como i,j al nodo correspondiente a la posición  $z = i\delta Z$  y  $r = j\delta R$  entonces el valor del potencial eléctrico en todo el dominio queda ordenado de la siguiente manera:

$$\vec{\phi} = \begin{bmatrix} \phi_{0,0} \\ \phi_{0,1} \\ \vdots \\ \phi_{0,N_R-1} \\ \phi_{1,0} \\ \phi_{1,1} \\ \vdots \\ \phi_{1,N_R-1} \\ \vdots \\ \phi_{N_Z-1,0} \\ \phi_{N_Z-1,1} \\ \vdots \\ \phi_{N_Z-1,N_R-1} \end{bmatrix}$$
(4.3)

Reemplazando las derivadas parciales de la ecuación de Poisson en coordenadas cilíndricas por diferencias finitas centradas, para los nodos internos del dominio, se puede llegar a la siguiente expresión mediante una reagrupación de términos:

$$\left(\frac{1}{\Delta R^2} - \frac{1}{2r_j \Delta R}\right) \phi_{i,j-1} + \left(\frac{1}{\Delta Z^2}\right) \phi_{i-1,j} - 2\left(\frac{1}{\Delta R^2} + \frac{1}{\Delta Z^2}\right) \phi_{i,j} + \left(\frac{1}{\Delta Z^2}\right) \phi_{i+1,j} + \left(\frac{1}{\Delta R^2} + \frac{1}{2r_j \Delta R}\right) \phi_{i,j+1} = -\frac{\rho_{i,j}}{\epsilon_0} \phi_{i,j+1} + \frac{1}{\epsilon_0} \phi_{i,j+1} + \frac{$$

donde los coeficientes del potencial en cada nodo representan una diagonal de una matriz de coeficientes, es decir, la ecuación 4.3 puede verse como un sistema de ecuaciones lineales  $A\vec{x} = \vec{b}$  cuya matriz de coeficientes A es pentadiagonal y no simétrica y el miembro derecho del sistema contiene la información del término  $-\frac{\rho}{\epsilon_0}$  además de las condiciones de contorno del sistema. Como condiciones de contorno se considera un potencial constante  $\phi = V_{anodo}$  en la pared (1) del dominio y  $\phi = 0$  en las paredes (2) indicadas en la figura 4.1.

Para resolver este sistema de ecuaciones se programó un módulo que resuelve iterativamente mediante el método Multigrid [21]. Se decidió utilizar este método dado que al simular un dominio con una geometría no regular, dificultaba la implementación de un método espectral pero al mismo tiempo la utilización de un método mas simple de implementar como el de Jacobi traía un costo computacional muy elevado por su baja eficiencia y velocidad de convergencia.

Cada iteración del método Multigrid consiste en realizar un pequeño número de iteraciones, mediante el algoritmo de Gauss Seidel, para resolver el sistema de ecuaciones original. El objetivo de estas primeras iteraciones es suavizar la solución pero sin converger. Luego se interpola el residuo  $\vec{r} = A\vec{x} - \vec{b}$  a una grilla con la mitad de nodos en cada dirección. Nuevamente se itera resolviendo el problema con respecto al residuo en la nueva grilla, suavizando la solución y repitiendo el proceso hasta llegar a una grilla con la mínima cantidad de nodos posible. Finalmente se interpola de vuelta el residuo obtenido en la grilla mas gruesa hacia la mas fina y se actualiza la solución para  $\vec{x}$ . Se repite este proceso hasta que la solución del sistema lineal converja a un valor con determinado criterio definido previamente. La ventaja de este método es que en cada interpolación se elimina el ruido de alta frecuencia presente en la solución. Esto permite acelerar el proceso de convergencia y lograr resolver el sistema original con una mayor velocidad y menor costo computacional. En la figura 4.2 se indica gráficamente el algoritmo Multigrid.



Figura 4.2: Esquematización del método Multigrid.

El método de Gauss Seidel puede verse algebraicamente como la actualización del valor de en cada nodo, despejando el valor  $x_{i,j}$  de la ecuación original, utilizando el valor de la iteración anterior en los nodos (i, j + 1) e (i + 1, j) y el valor de la iteración actual de los nodos (i - 1, j) e (i, j - 1) como está indicado en la figura 4.3



Figura 4.3: Esquematización del método Gauss Seidel.

#### Campo magnético

Hasta ahora no se ha descrito cómo se modeló el campo magnético que luego es utilizado por el programa. En la literatura se encuentran distintos enfoques para resolver este problema. Por ejemplo, Fife utiliza un modelo del circuito magnético del propulsor para hallar el campo magnético en todo el espacio [10], mientras que Boeuf y Garrigues utilizan un campo magnético enteramente radial, centrado en el plano de salida y en forma de gaussiana [22]. En este caso se tiene en cuenta la región fuera del canal de aceleración y al mismo tiempo no se tiene información sobre la posición de las bobinas del propulsor, como para poder simularlo. Por este motivo, se intentó aproximar el mismo mediante funciones analíticas para que se parezca en lo posible a lo reportado gráficamente en la bibliografía.

En este trabajo, se decidió considerar un campo magnético con componentes radial y axial y siguiendo la idea de Boeuf y Garrigues, se aproximó la forma funcional de B(z) a una gaussiana. De acuerdo a lo encontrado en la literatura sobre los SPTs y los resultados obtenidos por Fife [10], la zona de mayor campo magnético no está en el plano de salida sino a una fracción de valor 0.7 - 1 de la longitud del canal, por lo cual se ubicó el pico de la gaussiana a 0.9 de la longitud del canal.

Como se mencionó en las secciones anteriores, en este código se considera un campo magnético constante y externo, generado por las bobinas del propulsor. Esto permite definir el campo magnético a usar al comienzo de cada simulación como un parámetro de entrada por el usuario. Dado que se utiliza el método PIC 2D3V [20] para todas las especies involucradas, no se necesita realizar ninguna aproximación con respecto a la componente axial del campo magnético al contrario de lo realizado en el simulador del régimen estacionario durante la tesis de grado. Es importante recalcar que el campo magnético del SPT100, así como también de otros propulsores de efecto Hall, suele ser un secreto empresarial y generalmente el fabricante no provee de la información necesaria para poder calcular dicho campo magnético. Por este motivo, se utilizó un campo aproximado, a expensas de que pueda afectar los resultados obtenidos por el simulador. En la figura 4.5 se indica el módulo del campo magnético utilizado.



**Figura 4.4:** Magnitud del campo magnético utilizado en la simulación a lo largo del eje central  $r = r_{med} = 0.425 cm$ .



Figura 4.5: Magnitud del campo magnético utilizado en la simulación.

En la figura 4.6 se indican las lineas del campo magnético, mostrando la curvatura del mismo principalmente en el canal de aceleración. En la figura 4.4 se indica el campo magnético a lo largo de la linea central r = 0.0425m, como se puede observar resulta ser una gaussiana con un máximo de 0.02T.



Figura 4.6: Lineas de contorno del campo magnético utilizado en la simulación.

#### Inyección de macro partículas al dominio

Al utilizar el método PIC 2D3V [20] tanto las macro partículas neutras de Xe como las macro partículas de electrones deben ser inyectadas al dominio teniendo en cuenta una distribución de velocidad y en una región determinada.

Las macro partículas neutras son inyectadas en el ánodo, en una posición centrada con una distribución de velocidades Maxwelliana correspondiente a una velocidad térmica de 1000 K [10].

Los macro electrones son emitidos desde el cátodo, cuya superficie de salida está indicada en la figura 4.1, con una distribución de velocidades Maxwelliana correspondiente a una temperatura de 2 eV [10]. En el primer micro segundo de la simulación se inyectan electrones con una corriente constante y luego se determina la corriente de inyección en cada iteración a partir del desbalance de corriente saliente del dominio y el paso de tiempo, de manera de asegurar la conservación de la corriente de manera global y que la corriente inyectada es la necesaria para recombinar el haz de iones saliente y para alimentar la corriente de Hall.

Para el caso de los macro iones, los mismos son generados a partir de procesos de scattering inelástico entre los electrones y los átomos neutros, en los que dependiendo de la energía involucrada en algunos casos ocurren eventos de ionización. Este proceso se detallará en las siguientes secciones.

### 4.4. Particle-In-Cell (PIC)

Como se mencionó en la sección 2.1.1, el método de Particle-in-Cell busca mantener la simplicidad de modelar el plasma como un conjunto de partículas al tiempo que baja la cantidad de partículas utilizadas como para hacer el método computacionalmente viable. Las partículas físicas son agrupadas en superpartículas que se comportan como el promedio de las partículas que contienen, y el valor de la cantidad de partículas agrupadas por cada superpartícula es llamado *peso específico*. Si el peso específico es muy bajo la cantidad de super partículas aumenta para un dado sistema con  $n_n$  y  $n_i$  constante; la simulación gana precisión pero es más costosa computacionalmente. Por otro lado, si el peso específico sube se llega a un punto donde los parámetros calculados del sistema se vuelven muy dependientes de las posiciones individuales de cada superpartícula y la simulación no imita correctamente el sistema físico [4].

Los criterios usualmente utilizados en la literatura para garantizar un buen funcionamiento del método consisten en mantener, como mínimo, del orden de las decenas de superpartículas por celda y que las superpartículas no viajen más de una celda por paso de tiempo. Esto permite tener buena estadística en los cálculos que se hagan sobre los nodos y mantiene bajas las fluctuaciones de dichas propiedades entre cada paso de tiempo [10][4].

Para el cálculo de las densidades y velocidades sobre los nodos se utiliza una "función peso" que distribuye la influencia de cada superpartícula sobre los nodos adyacentes. En este trabajo se usó una función de peso por área de primer orden.



**Figura 4.7:** Sección de dominio donde una partícula en (z, r) está rodeada por los nodos 1 = (i, j), 2 = (i, j + 1), 3 = (i + 1, j + 1) y 4 = (i + 1, j).

Si una superpartícula k se encuentra en una posición (z,r) rodeada por los nodos 1 = (i, j), 2 = (i, j + 1), 3 = (i + 1, j + 1) y 4 = (i + 1, j), esta superpartícula agrega

una cantidad de partículas  $(1 - di)(1 - dj)SPWT_k$  al nodo 1,  $(1 - di)(dj)SPWT_k$  al nodo 2,  $(di)(dj)SPWT_k$  al nodo 3 y  $(di)(1 - dj)SPWT_k$  al nodo 4, con  $SPWT_k$  el peso específico de la superpartícula k (por sus siglas en inglés). Realizar esta misma operación sobre todas las superpartículas permite calcular las propiedades necesarias sobre los nodos, y a este proceso es al que se le llama *scatter* en el diagrama de flujo. Así, para calcular la densidad en todo el dominio se realiza la función scatter y posteriormente se divide por el elemento de volumen de cada nodo.

En cuanto a la velocidad, en vez de multiplicar por SPWT en la función scatter se multiplica por  $\vec{v}_i SPWT_i$  donde  $\vec{v}_i$  es la velocidad de la superpartícula *i*; separadamente, se hace scatter usando SPWT, y la velocidad calculada sobre cada nodo resulta de la división entre ambas cantidades, lo cual termina siendo el promedio pesado de las velocidades individuales.

Cuando se desea calcular la influencia de una propiedad del sistema sobre una superpartícula individual (por ej. el campo eléctrico sobre un ión) se realiza el proceso inverso a scatter, llamado comúnmente gather. Así, si queremos calcular la propiedad g en el punto (z, r) donde se encuentra la superpartícula, se hace g(z, r) = $g_{i,j}(1-di)(1-dj) + g_{i,j+1}(1-di)(dj) + g_{i+1,j+1}(di)(dj) + g_{i+1,j}(di)(1-dj).$ 

Por último, en cuanto al avance temporal de las superpartículas, en este trabajo se emplea el método Leap-Frog, el cual es de segundo orden a escala temporal y es de sencilla implementación. El avance es calculado tal como se muestra en la ecuación (4.5), donde  $a_i^n$  es la aceleración de la partícula *i* en el paso *n*. Para los neutros  $a_i^n = 0$ en todo momento, y para los iones  $\vec{a_i}^n = \vec{E}^n(\vec{x_i}^n) \frac{e}{m_i}$ , con  $m_i$  la masa de los iones.

$$\vec{x_i}^{n+1} = \vec{x_i}^n + \vec{v_i}^{n+1/2} \Delta t$$
  
$$\vec{v_i}^{n+1/2} = \vec{v_i}^{n-1/2} + \vec{a_i}^n \Delta t$$
(4.5)

#### Integración de las ecuaciones de movimiento

El método utilizado para la integración de las ecuaciones de movimiento depende de la especie involucrada. Para el caso de las macro partículas de Xe neutro, al no experimentar fuerzas debido a campos externos, su dinámica está determinada por un movimiento a velocidad constante y con colisiones elásticas con todas las paredes del dominio.

Los macro iones tienen como ecuación de movimiento la correspondiente a la segunda ley de Newton (sistema no relativista) con la fuerza de Lorentz, teniendo en cuenta solamente el campo eléctrico por lo mencionado anteriormente. Por lo tanto se utiliza el método Leap-Frog [21] para integrar dicha ecuación. Este método, consiste en realizar una semi integración para obtener la velocidad en un paso intermedio  $t + \frac{\Delta t}{2}$  para luego integrar la posición utilizando dicha velocidad para cada partícula. De esta manera el método permite obtener una precisión global O(2). En las siguientes ecuaciones se indica dicho método.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q_i}{m_i}\vec{E} \tag{4.6}$$

$$\vec{v}^{k+0.5} = \vec{v}^{k-0.5} + \frac{q_i}{m_i} \vec{E} \Delta t \tag{4.7}$$

$$\vec{x}^{k+1} = \vec{x}^k + \vec{v}^{k+0.5} \Delta t \tag{4.8}$$

Para los macro electrones, como se mencionó anteriormente, se utiliza el método de Boris [21] el cual permite incluir el campo magnético en la ecuación de movimiento a través de la fuerza de Lorentz con una mayor precisión que el método de Leap-Frog y conservando la energía en forma exacta pero con un mayor costo computacional. En este método numérico se realiza un cambio de variables que permite eliminar el campo eléctrico de las ecuaciones de movimiento mapeando a un espacio en el que la dinámica se reduce a una simple rotación producida por el campo magnético. Una vez realizada dicha rotación se vuelve a la variable original actualizando la velocidad y luego la posición. En las ecuaciones 4.9 y 4.10 se indican dos variables auxiliares que se utilizan para el cambio de variables mencionado.

$$\vec{t} = \frac{q_e}{m_e} \vec{B} \frac{\Delta t}{2} \tag{4.9}$$

$$\vec{s} = \frac{2\vec{t}}{1+t^2}$$
(4.10)

Luego se realiza un cambio de variables para obtener una velocidad  $\vec{v}^-$  cuya integración se puede realizar a partir de una rotación usando el vector  $\vec{t}$  y luego una segunda integración mediante el vector  $\vec{s}$ .

$$\vec{v}^- = \vec{v}^k + \frac{q_e}{m_e} \vec{E} \frac{\Delta t}{2} \tag{4.11}$$

$$\vec{v}^p = \vec{v} + \vec{v} \times \vec{t} \tag{4.12}$$

$$\vec{v}^+ = \vec{v}^- + \vec{v}^p \times \vec{s} \tag{4.13}$$

Finalmente, se obtiene la velocidad y posición en el paso k+1.

$$\vec{v}^{k+1} = \vec{v}^+ + \frac{q_e}{m_e} \vec{E} \frac{\Delta t}{2}$$
(4.14)

$$\vec{x}^{k+1} = \vec{x}^k + \vec{v}^{k+1} \Delta t \tag{4.15}$$

#### Colisiones

En la sección anterior se mostró el método de integración de las ecuaciones de movimiento de cada especie, no se mencionó nada al respecto de las colisiones entre distintas partículas. Si bien las partículas cargadas interactúan entre sí a través del campo eléctrico, el cual se resuelve de forma auto consistente con la densidad de carga eléctrica, también interactúan mediante colisiones. Además los átomos de Xe neutro experimentan colisiones entre sí.

En este simulador se tienen en cuenta tanto las colisiones e-i, e-e, i-n, n-n junto con los procesos de excitación e ionización del Xe. A continuación se describirá el método de Monte Carlo utilizado de forma general.

Para un fenómeno de colisión entre una especie 1 y una especie 2 se puede definir una tasa de reacción dada por la ecuación 4.16

$$R_{1,2} = n_1 n_2 v_{1,2} Q_{1,2} \tag{4.16}$$

donde  $n_i$  es la densidad de la especie i,  $v_{1,2}$  es la velocidad relativa entre las partículas que pueden colisionar y  $Q_{1,2}$  es la sección eficaz asociada a dicho fenómeno, la cual depende de la velocidad relativa y las especies involucradas. A partir de la tasa de reacción se puede definir una frecuencia de interacción entre la especie 1 con una especie de " fondo " 2 mediante la ecuación 4.17

$$\nu_{1,2} = \frac{R_{1,2}}{n_1} \tag{4.17}$$

Luego, se puede calcular la probabilidad P de que ocurra dicho evento en la simulación utilizando la frecuencia de reacción y el paso de tiempo, esta probabilidad se calcula a partir de la ecuación 4.18

$$P = 1 - e^{-\nu_{1,2}\Delta t} \tag{4.18}$$

donde  $\Delta t$  es el paso de tiempo utilizado para la evolución de la especie involucrada.

Luego para determinar si ocurrirá dicho evento o no, se utiliza el método de Monte Carlo, es decir, se genera un número aleatorio entre 0 y 1 R y se lo compara con la probabilidad P para dos partículas, si R < P ocurre el evento, de lo contrario el evento no sucede y se continúa con la ejecución de la simulación. Este método se utilizó para todas las colisiones incluidas en el simulador. Las secciones eficaces se obtuvieron de [18].

En el caso de las colisiones entre electrones e iones pueden ocurrir los siguientes eventos:

- 1 Colisión elástica
- 2 Colisión inelástica resultante en una excitación del neutro
- 3 Ionización

Para determinar cual de estos eventos va a ocurrir es importante tener en cuenta la sección eficaz asociada a cada evento, es decir la sección eficaz asociada a una colisión elástica  $Q_s$ , a una excitación  $Q_e$  y a una ionización  $Q_i$ . En la figura 4.8 se indican las secciones eficaces mencionadas junto con la sección eficaz total, estas fueron obtenidas de la tesis doctoral de Szabo [18], quien realizó ajustes de mediciones experimentales para caracterizar estos procesos. Las secciones eficaces están indicadas en función de la energía relativa entre las partículas.



Figura 4.8: Secciones eficaces asociadas a los posibles eventos de scattering entre electrones y átomos neutros de Xe y la sección eficaz total.

Dado que en las colisiones entre electrones y átomos neutros de Xe hay tres eventos posibles, el tratamiento mediante el método de Monte Carlo debe realizarse de forma ligeramente diferente. Es importante notar que en un propulsor de efecto Hall, la velocidad relativa en las colisiones entre electrones y neutros puede aproximarse como la velocidad de los propios electrones debido a que hay órdenes de magnitud de diferencia entre estas. Gracias a esto, puede usarse la aproximación de evaluar cada sección eficaz con la energía del electrón incidente y considerar el proceso como una colisión entre un electrón y un gas de fondo de Xe neutro, que al ser mas masivo presentaría un cambio de momento despreciable con respecto al cambio de momento lineal del electrón luego de la colisión. Dicho eso el procedimiento a seguir es el siguiente:

- 1 Para un electrón se calcula su energía y se determina el valor de la sección eficaz total  $Q_t(\mathbf{E})$
- 2 Utilizando las ecuaciones 4.16, 4.17 y 4.18 se calculan la tasa de reacción, la frecuencia de reacción y la probabilidad de que ocurra alguno de los tres posibles eventos de scattering (por ello la sección eficaz total).
- 3 Mediante el método de Monte Carlo se determina si va a ocurrir, o no, algún evento.
- 4 En caso de que ocurra algún evento, para determinar cual de estos va a ocurrir se calcula la probabilidad de que ocurra cada uno de los eventos por separado

mediante el cociente de secciones eficaces  $(P_e = Q_e/Q_t, P_i = Q_i/Q_t, P_s = Q_s/Q_t)$ .

 5 - Utilizando nuevamente el método de Monte Carlo, se compara un número aleatorio con distribución uniforme con las probabilidades anteriores y según el rango de valores en el que se encuentre contenido dicho número aleatorio se elige el evento que va a suceder

En caso de que ocurra el evento de scattering, de ser una colisión elástica se conserva la magnitud de la velocidad del electrón incidente pero se modifica la dirección de su velocidad en forma aleatoria. Si el resultado es una excitación del Xe, se extrae la energía correspondiente al electrón incidente y se modifica su velocidad con una dirección aleatoria. Sin embargo, si el resultado es una ionización, entonces se genera en la posición del electrón incidente un electrón secundario y un ión con una velocidad aleatoria y se resta la masa correspondiente al gas de átomos neutros de forma consistente para que se conserve la masa global del sistema. Es importante notar que, al utilizar la sección eficaz en función de la energía y no en función de la temperatura como se hizo en el algoritmo del simulador estacionario, no es necesario tener absolutamente ninguna hipótesis sobre la función de distribución de los electrones. Esta ventaja se traduce en una estabilidad del proceso de scattering en general y sobre todo, en la ionización. Esto permite usar pesos específicos constantes para todas las especies sin la necesidad de que puedan variar de una partícula a otra, logrando de esta manera un código mas robusto y que permite simular este proceso en cualquier situación, estén o no los electrones en un equilibrio.

#### Diagrama de flujo del Algoritmo

A continuación se indica, a modo de resumen, el diagrama de flujo del simulador implementado.



Figura 4.9: Diagrama de flujo del algoritmo implementado para un simulador del régimen transitorio y estacionario de un propulsor de efecto Hall.

#### Estabilidad

Para asegurar la convergencia del algoritmo y su estabilidad, se aseguró tomar valores adecuados para la discretización espacial (espaciamiento entre nodos) y de paso temporal. En ambos se casos, se aseguró de tener en cuenta la frecuencia del plasma de electrones y la longitud de Debye como parámetros característicos para una correcta elección de ambas discretizaciones.

#### Paralelización del algoritmo

Si bien el método empleado para simular el transitorio presenta múltiples ventajas en cuanto a la reproducibilidad de fenómenos físicos sin la necesidad de modelos empíricos con parámetros ajustables, el simulador requiere de una gran capacidad de cómputo para poder estudiar la evolución del plasma en un período de tiempo en el que la corriente de arranque pueda ser observada. Esto requiere, inevitablemente, la paralelización del código y su ejecución en tarjetas gráficas. No está de más aclarar que este tipo de códigos está en auge actualmente justamente gracias a la creciente capacidad de cálculo de las GPU modernas. Esto permite realizar simulaciones cada vez mas complejas, algo que antes era imposible por lo que se desarrollaban algoritmos híbridos para disminuir el costo computacional pero a expensas de la reproducibilidad de fenómenos físicos y con una serie de parámetros ajustables para cada caso en particular.

En este trabajo se utilizó como lenguaje de programación Python, para la paralelización y programación de kernels la librería cuda-c y para llamar dichos kernels desde el código en Python se usó la librería Cupy.

Dado que se trabaja con un gran numero de macro partículas de cada especie, principalmente de electrones (del orden de 1 a 4 millones de partículas), se paralelizaron todos los módulos de la dinámica de partículas. Es decir, la integración de la ecuación de movimiento para cada una de ellas se realiza en una placa de video, de la misma manera el tratamiento de las colisiones, las funciones gather y scatter y el cálculo de las principales variables del plasma. En las siguientes figuras se indican las mediciones de tiempo de ejecución y el speed-up logrado para algunas de las funciones implementadas. Como se puede observar para un número de aproximadamente 5 millones de macro partículas, se logra una aceleración notable tanto con el módulo de paralelización automática de Cupy como programando kernels específicos mediante la función RawKernel de Cupy. Todas las pruebas se corrieron en una placa de video GTX 2080 Ti del cluster de física del CAB.

En las figuras 4.10, 4.11 y 4.12 se indica, a modo de ejemplo, el tiempo de ejecución y la aceleración lograda para el cálculo de distintas funciones con de vectores de N elementos, en los que cada elemento representa una macropartícula.



Figura 4.10: Tiempo de ejecución y aceleración lograda con la paralelización de la función Scatter.



Figura 4.11: Tiempo de ejecución y aceleración lograda con la paralelización de la función producto vectorial.



Figura 4.12: Tiempo de ejecución y aceleración lograda con la paralelización de la función de mapeo.

Para el caso del módulo que resuelve la ecuación de Poisson, dado que en el dominio simulado no se tiene una gran cantidad de nodos y que la paralelización del método Multigrid requiere un tratamiento especial, se programó dicho módulo en el lenguaje C y luego se incorporó al código mediante la librería Ctypes.

## Capítulo 5

## Resultados y discusión.

"Failure is an option here. If things are not failing, you are not innovating enough."

— Elon Musk, Fundador de SpaceX, Tesla, The Boring company, Starlink, entre otras empresas.

Como se ha mencionado anteriormente, en este trabajo se decidió seguir el lineamiento presentado por Szabo [18] en su tesis de doctorado quien a su vez basó su trabajo en la tesis de maestría de J. Fife [10]. Las especificaciones de diseño del propulsor simulado, denominado SPT-100, son mostradas en la tabla 5.1.

### 5.1. Resultados numéricos

En la figura 5.1 se indica la densidad de electrones en distintos instantes de tiempo. Como se puede observar, a medida que transcurre el tiempo en la simulación la cámara

Parámetro	SPT-100
Potencia [W]	1350
Empuje [mN]	81
Impulso específico [s]	1600
Masa de propelente [mg/s]	5
Voltaje de descarga [V]	300
Corriente de ánodo [A]	4.5
Valor máximo de campo magnético [T]	0.02
Radio interior [mm]	35
Radio exterior [mm]	50
longitud del canal [mm]	25

Tabla 5.1: Especificaciones principales del SPT-100.

de aceleración aumenta la densidad de electrones, producto de las ionizaciones producidas(en comparación con la figura 5.2). Luego se alcanza un estado estacionario pero con una densidad mayor en la cercanía del ánodo, a diferencia de lo encontrado en la bibliografía.

En la figura 5.5 se indica la densidad de iones en los mismos instantes de tiempo. Se observa la correlación del aumento de la densidad correspondiente a las ionizaciones que ocurren en la cámara. Se observa también una oscilación en la posición del máximo de la densidad de iones.

Esta oscilación de la zona de ionización ocurre por un fenómeno análogo al de un sistema depredador-presa. Es decir, a medida que los neutros avanzan desde el ánodo hacia la zona de ionización se "acumulan" detrás de dicha zona. Luego son ionizados mediante colisiones con los electrones confinados por el campo magnético. En este proceso de ionización, se generan electrones detrás de la zona de ionización, por lo tanto, se incrementa la densidad del plasma y dicha zona se desplaza hacia el ánodo. Cuando los neutros que se habían acumulado se ionizan por completo la zona de ionización avanza hacia su posición inicial hasta que la cámara se alimenta nuevamente de neutros y el proceso vuelve a comenzar.



Figura 5.1: Densidad de electrones en distintos instantes de tiempo.

En la mayoría de los propulsores de efecto Hall, estas oscilaciones tienen una frecuencia característica de 20 kHz, sin embargo en este caso son oscilaciones con frecuencias del orden de 350 kHz,como se puede observar en la corriente del ánodo Ia en la figura 5.3. Esto podría deberse a que el campo magnético utilizado podría no entrar en el rango de trabajo nominal del propulsor (sin entrar en ninguna inestabilidad). Por otro lado, el campo magnético utilizado presenta aproximaciones muy fuertes en la zona externa del propulsor, donde la topografía del mismo dista mucho de la experimental debido al posicionamiento de las bobinas en el propulsor.

En la figura 5.2 se indica la densidad de iones en dos instantes de tiempo. Como se puede observar, donde ocurre una mayor concentración de electrones, disminuye la densidad de neutros por lo que se podría explicar mediante fenómenos de ionización.



Figura 5.2: Densidad de Xe neutro en distintos instantes de tiempo.

En la figura 5.3 se indica la corriente del ánodo Ia. Como se puede observar hay un período menor a 10 us en el que ocurren fenómenos transitorios y la corriente oscila con una frecuencia elevada. Luego, el sistema llega al estado estacionario manteniendo oscilaciones con una frecuencia aproximada de 350 kHz. Esto se corresponde con lo visto en las figuras 5.1 y 5.5. El comportamiento transitorio no coincide con lo observado en la bibliografía [23], principalmente no se observa una corriente de arranque en forma de pico seguida de un estado estacionario. En cambio, lo que se observa es un nivel de ruido elevado y luego un estado estacionario. Esto podría deberse al efecto de la topografía del campo magnético. Se observa además que la corriente oscila con un valor medio distinto al correspondiente del SPT100. Esta diferencia podría atribuirse a que el campo magnético no logra confinar por completo a los electrones cerca de la salida

del canal de aceleración. Esto implica tener un mayor transporte de electrones en la dirección perpendicular al campo magnético y por lo tanto una ionización continua del Xe que ingresa a la cámara. Por lo tanto, no llegan a acumularse suficientes átomos de Xe neutro que luego provocaría una ionización repentina y un aumento de la corriente del ánodo.



Figura 5.3: Corriente del ánodo Ia.

En la figura 5.4 se indica la corriente Ia en el régimen estacionario. Se observan oscilaciones de 350 kHz.



Figura 5.4: Corriente del ánodo Ia en el régimen estacionario.



Figura 5.5: Densidad de iones en distintos instantes de tiempo.

En la figura 5.6 se indica el potencial eléctrico a los 10 us y 50 us. Se puede observar la formación de láminas y un perfil similar al observado en la bibliografía. Sin embargo, en la figura 5.7 se indica el campo eléctrico, cuyo máximo y ubicación del mismo coincide con lo reportado en la bibliografía y representa una mejora respecto de los resultados logrados en la tesis de licenciatura [6]. A pesar de esto, se observa un pico negativo en la salida del canal de aceleración del propulsor, esto podría deberse a la disparidad encontrada en la densidad electrones, la cual podría haber sido afectada por la topografía del campo magnético utilizado.

En la figura 5.8 se indica la densidad de carga eléctrica en el régimen estacionario. Como se puede observar, es cercana a 0 en prácticamente todo el dominio, lo cual indica que el plasma alcanza la condición de cuasineutralidad naturalmente.



Figura 5.6: Potencial eléctrico en distintos instantes de tiempo.



Figura 5.7: Componente axial del campo eléctrico en la linea central r=4.25 (cm).

Biblioteca Leo Falicov



Figura 5.8: Densidad de carga en el estado estacionario.

#### 5.1.1. Simulación en el Canal de Aceleración

Dado que la aproximación realizada para el campo magnético es distante de la real en la región externa del canal de aceleración, no se logró reproducir el comportamiento esperado para el régimen transitorio y, al mismo tiempo, no se dispone de un modelo analítico que permita subsanar este problema. Es por esto que se decidió simular solamente la región del canal de aceleración considerando solamente la componente radial del campo magnético. Dicha componente se aproximó mediante una expresión analítica que satisface la condición  $\vec{\nabla}\vec{B} = 0$  de manera exacta en cada punto del dominio a simular. La misma se indica en la ecuación 5.1

$$B_r r(r,z) = \frac{R}{r} \left( B_0 e^{-\frac{-(z-z_0)^2}{2\sigma^2}} \right)$$
(5.1)

donde R es el radio menor del canal de aceleración,  $B_0$  la amplitud del campo,  $B_{min}$  el campo magnético mínimo en el infinito,  $z_0$  la posición del máximo del campo magnético. En la figura 5.9 se indica  $B_r$  en todo el dominio.



Figura 5.9: Campo magnético radial en el canal de aceleración.

Una vez definido el campo magnético con la expresión 5.1, se procedió a realizar la simulación tomando como cátodo la pared radial ubicada en el plano de salida del canal de aceleración. De esta manera los electrones se inyectan en dicha región, en dirección hacia el ánodo con las mismas características físicas que en la simulación presentada previamente.

#### Densidad de partículas y Potencial eléctrico

En la figura 5.10 se indica la densidad de electrones en el canal de aceleración en tres instantes de tiempo. Inicialmente se produce un aumento de la densidad de electrones y acumulación de los mismos en la región cercana al ánodo. Luego, se produce una avalancha de electrones hacia el ánodo, principalmente cerca de las paredes. Esto implica que durante el régimen transitorio, la conducción cercana a las paredes es uno de los mecanismos predominantes de transporte de electrones en la dirección perpendicular al campo magnético, lo cual coincide con lo reportado en la literatura [24]. Finalmente se observa que la densidad de electrones es máxima en la región de mayor campo magnético, lo cual coincide con lo reportado experimentalmente [25]. En la figura 5.12 se indica el potencial eléctrico en los mismos instantes de tiempo. Se observa que inicialmente se produce un pozo de potencial negativo en la cercanía al ánodo, producto de la acumulación de macro electrones inicial. Posteriormente disminuye, en valor absoluto, dicho pozo de potencial una vez que los macro electrones se dirigen hacia el ánodo y se alcanza una distribución estacionaria de los mismos. En la figura 5.11 se indica la densidad de electrones en el estado estacionario. Como se puede observar, la densidad máxima coincide con la ubicación del máximo del campo magnético, reproduciéndose el comportamiento esperado a partir de lo observado en la literatura [14].



Figura 5.10: Densidad de electrones en distintos instantes de tiempo.



Figura 5.11: Densidad de electrones en el estado estacionario.



Figura 5.12: Potencial eléctrico en distintos instantes de tiempo.



Figura 5.13: Densidad de iones en el estado estacionario.

En la figura 5.13 se indica la densidad de iones en la línea central del propulsor, a lo largo del eje axial, en distintos instantes de tiempo durante el transitorio de encendido.

Como se puede observar, inicialmente la densidad de iones es prácticamente nula pero a medida que los electrones se dirigen hacia el ánodo ocurren fenómenos de ionización por la mayor densidad de neutros y aumenta la densidad en dicha zona. Luego, la repulsión electrostática debida al campo eléctrico axial impulsa dichos iones hacia el plano de salida del canal de aceleración, observándose una disminución en la densidad de iones en las cercanías al ánodo.

#### Corriente de ánodo

En la figura 5.14 se indica la corriente de ánodo  $I_a$  desde el comienzo de la simulación hasta el régimen estacionario. Se observan dos principales regiones, primero un aumento repentino de la misma, representado por un pico de corriente de aproximadamente 80 A, seguido de una disminución y estabilización en un valor promedio de 4,5 A. Este comportamiento es característico en el arranque de un propulsor de efecto Hall y coincide con lo observado en la literatura [23]. En la figura 5.15 se indican en mas detalle el pico de la corriente de arranque y el régimen estacionario. Como se puede observar, durante el régimen estacionario el valor promedio de la corriente de ánodo es de 4,55 A, el cual coincide con lo reportado por el fabricante.





Figura 5.15: Corriente del ánodo en función del tiempo. A la izquierda se indica la descarga inicial y a la derecha el régimen estacionario.

# Análisis del efecto del potencial y el caudal másico sobre la corriente de ánodo.

Una vez reproducido el comportamiento del arranque del propulsor de efecto Hall, se procedió a estudiar el efecto del voltaje del ánodo  $V_a$  y del caudal másico de Xe sobre la corriente de descarga. En la figura 5.16 se indica la corriente de descarga, durante el arranque, para distintos valores del voltaje de ánodo. Se observa que al aumentar el voltaje del ánodo, aumenta el valor máximo alcanzado por la corriente de descarga. Este comportamiento coincide con lo observado en la literatura [23]. Este comportamiento es intuitivamente esperable dado que, a mayor voltaje de ánodo mayor es el campo eléctrico y mas se energizan los electrones. Esto provoca un incremento en la corriente de descarga y una disminución en la duración de la misma.



Figura 5.16: Corriente del ánodo en función del tiempo para distintos valores del voltaje del ánodo.

En la figura 5.17 se indica el valor máximo alcanzado por la corriente de ánodo, durante el transitorio, en función del voltaje del ánodo  $V_a$ . A partir de lo observado es claro que conviene arrancar el propulsor con un voltaje de ánodo chico y subirlo progresivamente o proteger la electrónica del sistema de control ante el pico de corriente durante el arranque.



Figura 5.17: Valor máximo alcanzado por la corriente del ánodo en función Va.

Luego, se realizó una caracterización del comportamiento de la corriente  $I_a$  en función del caudal másico del propelente. Se realizaron distintas simulaciones, cada una con un valor específico del caudal de Xe con el objetivo de estudiar el efecto sobre la corriente de descarga. En la figura 5.18 se indica el valor máximo alcanzado por  $I_a$  en el transitorio en función del caudal másico de Xe. Como se puede observar, al aumentar el caudal másico aumenta la corriente de descarga. Este comportamiento se debe a que al aumentar la cantidad de Xe en la cámara del propulsor, ocurre un mayor número de eventos de ionización y la carga total durante el transitorio se incrementa. De esta manera aumenta el pico de corriente observado durante el arranque del propulsor. Este comportamiento coincide con lo observado en la literatura [23].


Figura 5.18: Valor máximo alcanzado por la corriente del ánodo en función del caudal másico.

## Capítulo 6

## Conclusiones

En la primera parte de la investigación se realizó un estudio extensivo del propulsor de efecto Hall en la búsqueda de comprender su funcionamiento básico, de conocer algunos de los fenómenos que hacen que su física no sea del todo comprendida en la actualidad, y de estimar la relevancia de estos fenómenos en el proceso general del propulsor. Adicionalmente se puso particular interés en estudiar acerca de las distintas maneras encontradas en la literatura para simular el propulsor, tanto en el estado estacionario como en el transitorio.

Luego a partir de la información encontrada y la experiencia previa durante la tesis de grado, se decidió implementar un código full PIC electrostático y utilizando el método de Monte Carlo para evaluar las colisiones entre las distintas especies. Se incluyeron colisiones Coulombianas, colisiones entre electrones y átomos neutros, emisión secundaria de electrones en las paredes, colisiones entre átomos neutros y entre átomos neutros e iones.

Se compararon los resultados obtenidos para las distintas propiedades macroscópicas del plasma y la corriente de descarga con la bibliografía. Se logró reproducir una serie de fenómenos físicos tales como oscilaciones del plasma, alcance de la cuasi neutralidad en el régimen estacionario y perfil del campo eléctrico en la mitad del canal de aceleración. Sin embargo el valor de la corriente de descarga, su frecuencia y la densidad de electrones presentan diferencias con respecto a lo encontrado en la bibliografía. Estas diferencias podrían atribuirse al campo magnético utilizado, ya que la dinámica de los electrones depende fuertemente de la topografía del campo magnético y hay zonas de trabajo inestables para este tipo de propulsor.

Finalmente se decidió por simular solamente el canal de aceleración del propulsor, con una aproximación analítica del campo magnético y auto consistente con las ecuaciones de Maxwell. De esta manera se logró reproducir el comportamiento experimental de la corriente de descarga durante el transitorio y su valor en el estado estacionario del propulsor. Se realizó además un estudio del efecto del voltaje del ánodo y del caudal másico sobre la corriente de descarga en el régimen transitorio.

Se recomienda como trabajo a futuro, estudiar el comportamiento del simulador frente a cambios en el campo magnético. Se propone también obtener el mismo resolviendo el problema magnetostático en la región de simulación pero con datos cercanos a la configuración de bobinas presentes en el propulsor o aproximándolo mediante funciones de Green. De esta manera se podría tener un input mas cercano al real del propulsor y poder reproducir con mayor precisión los fenómenos de transporte involucrados en el mismo. Utilizar un enfoque mediante funciones de Green permitiría mejorar la capacidad de modelado en la región exterior del propulsor. Se recomienda también estudiar el efecto del tamaño de macro partícula sobre la dinámica del transporte de electrones, dado que este enfoque es una herramienta numérica para poder resolver de forma aproximada las ecuaciones de movimiento a un costo computacional aceptable.

## Bibliografía

- Goebel, D. M., Katz, I. Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters. 1<sup>a</sup> ed<sup><u>ón</u></sup>. Jet Propulsion Laboratory California Institute of Technology, 2008.
- [2] Mitrofanova, O., Gnizdor, R. Y., Murashko, V., Koryakin, A., Nesterenko, A. New generation of spt-100. Wiesbaden, Germany, 2011.
- [3] Bureau, E. F. E. D. Products catalogue.
- [4] Pérez, J. A. G. Desarrollo de simulador de propulsor de efecto Hall. 1<sup>a</sup> ed<sup>ón</sup>. Instituto Balseiro, 2018.
- [5] Hofer, R. R. Development and Characterization of High-Efficiency, High-Specific Impulse Xenon Hall Thrusters. 1<sup>a</sup> ed<sup>ón</sup>. NASA Center for Aerospace Information, 2004.
- [6] Acciarri, M. D. Simulador del Régimen estacionario en propulsores de Efecto Hall mediante el método híbrido PIC-Fluido MC. CNEA, Instituto Balseiro, 2019.
- [7] Pidgeon, D. J., Corey, R. L., Sauer, B., Day, M. L. Two years on-orbit performance of spt-100 electric propulsion. <u>En</u>: Proceedings of the 24th AIAA International Communications Satellite Systems Conference, AIAA Paper, tomo 5353, págs. 11–14. 2006.
- [8] Keidar, M., Beilis, I. I. Electron transport phenomena in plasma devices with e/spl times/b drift. *IEEE Transactions on Plasma Science*, **34** (3), 804–814, 2006.
- [9] I. Morozov, A., Savelyev, V. Fundamentals of stationary plasma thruster theory. 21, 01 2000.
- [10] Fife, J. M. Two-dimensional hybrid particle-in-cell modeling of Hall thrusters. Tesis Doctoral, Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [11] Chen, F. F., von Goeler, S. E. Introduction to plasma physics and controlled fusion volume 1: Plasma physics. *Physics Today*, 38, 87, 1985.

- [12] Choueiri, E. Y. Characterization of oscillations in closed drift thrusters. AIAA paper, (94-3013), 27–29, 1994.
- [13] Andrenucci, M. Hall thrusters. University Slides, 2008.
- [14] Daniel Perez-Grande, P. F., Jiewei Zhou. Development updates for a twodimensional axisymmetric hybrid code for plasma thruster discharges. *Internatio*nal Electric Propulsion Conference Georgia Institute of Technology., oct 2017.
- [15] Lentz, C. A., Martinez-Sanchez, M. Transient one dimensional numerical simulation of hall thrusters. AIAA, 1993.
- [16] Jacobson, D., Roy, S. Development of a computationally efficient, high fidelity, finite element based hall thruster model, 2004.
- [17] Szabo, J., Warner, N., Martinez-Sanchez, M., Batishchev, O. Full particle-incell simulation methodology for axisymmetric hall effect thrusters. *Journal of Propulsion and Power*, **30** (1), 197–208, 2013.
- [18] Szabo, J. J. Fully Kinetic Numerical Modeling of a Plasma Thruster. 1<sup>a</sup> ed<sup>on</sup>. MIT, 2001.
- [19] O'Hanlon, J. F. A user's guide to vacuum technology. John Wiley & Sons, 2005.
- [20] F. Taccogna, M. C., S. Longo, Schneider, R. Start-up transient in a hall thruster. Contrib. Plasma Phys., 46, jun 2006.
- [21] Cartwright, V. J., K.L., Birdsall, C. Loading and injection of maxwellian distributions in particle simulations. *Journal of Computational Physics*, 162, 483–513, 2000.
- [22] Boeuf, J., Garrigues, L. Low frequency oscillations in a stationary plasma thruster. Journal of Applied Physics, 84 (7), 3541–3554, 1998.
- [23] Wenbo Li, L. W., Yongjie Ding. Effect of discharge parameters on pulse current during hall thruster start-up. Vacuum., nov 2016.
- [24] Charoy, T. Oscillation analysis in hall thrusters with 2d (axial-azimutal) particle in cell simulations. *IEPC.*, oct 2019.
- [25] Arkhipov B., K. Transients during stationary plasma thruster start-up. Spacecraft Propulsion, Third International Conference., oct 2000.

## Agradecimientos

Agradezco a mis tutores José M. Relloso y Santiago Martínez por su guía y por acercarme el problema a estudiar y haberme brindado la posibilidad de explorar este tema de estudio tan fascinante que ahora disfruto. También les agradezco por permitirme involucrarme en el proyecto del satélite SMALL-GEO para GSATCOM.

Agradezco a mis padres, que a pesar de la distancia física durante el cursado de la carrera, siempre me acompañaron y apoyaron en mis decisiones. Les agradezco por haberme criado con tanto amor, por haberme brindado una excelente educación y por haberme inculcado los valores que hoy me definen como persona. Les agradezco por enseñarme y transmitirme mediante su ejemplo que para lograr los objetivos que uno se plantea en la vida se requiere mucho esfuerzo, sacrificios y determinación. Por ese motivo, toda meta que alcance en mi vida, incluyendo el presente trabajo, será gracias a sus enseñanzas y ejemplo. Lo mas importante de todo, les agradezco por enseñarme, desde que tengo memoria, a perseguir mis sueños y a convencerme de que puedo lograr todos los objetivos que me proponga y ese, es el mejor legado que un padre le puede dejar a sus hijos.

Si bien no realicé este trabajo en el laboratorio de materiales o el de resonancias magnéticas de la CNEA, agradezco a Paulo La Roca, Javier Curiale, Marcos Sade y Alberto Baruj por permitirme trabajar en el proyecto de aleaciones de alta entropía durante el transcurso de la carrera y durante mi tiempo libre. Por ayudarme a escribir un paper y permitirme participar en varios congresos para presentar los resultados obtenidos. Agradezco por el ejemplo que me dieron durante todo el tiempo de trabajo, por transmitirme una pequeña parte de su vasto conocimiento en el tema, por transmitirme su pasión y también por su calidad humana que espero tener algún día. También les agradezco por mantener las puertas del laboratorio abiertas y permitir que me siga involucrando en el mismo, durante mi tiempo libre, aún cuando mi trabajo final sea en un tema completamente distinto.

Agradezco Lisandro Iaffar, amigo y mentor, con quien a pesar de la distancia física durante estos años, disfruto intercambiar ideas y compartir las experiencias que tuve como estudiante en el Instituto Balseiro y con quien compartimos proyectos en común.

Agradezco a Camila Villagrán, amiga con quien tuve la oportunidad de tener numerosas charlas e intercambios durante un año de pandemia y cuyo apoyo incondicional fue fundamental para hacer mas llevadero este año.

Finalmente y no menos importante, agradezco a Luciano Grinschpun, Carlos Oldani y Matías Schneiter quienes me introdujeron al mundo de la investigación y desarrollo al permitirme trabajar en el desarrollo y caracterización de espumas de magnesio durante los años 2015 y 2016 en la FCEFYN de la Universidad Nacional de Córdoba. Si no fuera por ellos, no hubiera decidido en cambiar de carrera e ingresar al Instituto Balseiro motivo por el que estaré eternamente agradecido.